

CRITICA AL PROBLEMA DEI DUE CORPI

**L'AVANZAMENTO DEL PERIELIO DI
MERCURIO**

IL TEMPO SIDERALE

**LA PRECESSIONE LUNISOLARE E GLI ANNI
PLATONICI**

Abstract

Nei lavori [1, 2, 3] si è esaminato e criticato il Problema dei due Corpi, fondamentale argomento della moderna Meccanica Celeste. In questi lavori si sono posti in evidenza alcuni punti salienti che sono i seguenti.

1. Si è osservato che dalla Legge di Gravitazione Universale dell'intramontabile Newton si deduce che, a differenza di quanto asserito da Galileo, le modalità di caduta dei gravi sulla superficie terrestre dipendono dalla massa del corpo che cade. Infatti mentre per Galileo i gravi subiscono solo passivamente l'azione gravitazionale della Terra, con Newton, che estende a tutti i corpi del cosmo un proprio potere gravitazionale, i gravi, attivamente e per proprio conto, attraggono, ed in proporzione della loro massa, la Terra verso se stessi e quindi il tempo di caduta di un corpo sulla superficie terrestre è anche funzione della massa che cade. Infatti dalla soluzione del Problema dei due Corpi di Newton (e quindi dalla Meccanica Celeste classica attuale) si ricava facilmente [1,2,3] che l'accelerazione di un grave è data dalla formula

$$g = \frac{GM}{R^2} \left(1 + \frac{m}{M} \right) = g_o \left(1 + \frac{m}{M} \right),$$

dove m, M ed R sono rispettivamente le masse del grave, della Terra ed il raggio terrestre. Dalla detta formula si ha quindi che solo quando il rapporto m/M è completamente trascurabile si ottiene, come caso limite, la legge di caduta di Galileo. Sulla superficie terrestre il rapporto m/M, per un grave di ben una tonnellata, è dell'ordine di 1×10^{-22} , sicché le differenze di accelerazione tra i vari gravi sfuggono ancora a qualsiasi controllo sperimentale, anche se eseguito con i più raffinati strumenti moderni.

2. Se dunque, allo stato attuale, è ancora impossibile verificare quanto previsto dall'attuale Meccanica Celeste classica sulla superficie terrestre, ben diversamente stanno le cose nel nostro sistema solare. In tal caso il detto rapporto va da 1.65×10^{-7} ⁽¹⁾, per la coppia Sole-Mercurio, a 9.54×10^{-4} , nel caso del sistema binario Sole-Giove ⁽²⁾. Ciò comporta che il moto impresso al Sole dalla massa del generico pianeta non è affatto trascurabile, mentre, per contro, nelle attuali teorie delle perturbazioni planetarie, sia nel problema dei due che in quello degli enne Corpi, il Sole viene sempre considerato assolutamente fisso rispetto alle stelle fisse. Tanto è vero che il moto relativo misurato tra il punto γ ed il Sole, ammontante a ben 50" d'arco sessagesimale all'anno, viene ancora oggi interamente attribuito al solo moto proprio del detto punto γ , giustificandolo (o tentando di giustificarlo) tutto con il solo fenomeno della precessione lunisolare e pensando invece il Sole assolutamente fisso, nonostante le non trascurabili azioni di scalzamento o di rinculo che esso subisce dai vari pianeti ed in particolare da Giove. In conclusione dimostreremo che la mancata previsione da parte della Meccanica Celeste dell'avanzamento del perielio di Mercurio è esclusivamente dovuta al fatto, squisitamente teorico, che detta teoria, in alcuni precisi momenti dello sviluppo dell'algoritmo di calcolo che individueremo, inconsciamente presuppone, contrariamente ai suoi presupposti originari, l'assoluta fissità del Sole.

¹ Nel prosieguo, si tenga a mente questo numero.

² Per il sistema Terra-Luna esso sale addirittura $m/M=1.23 \times 10^{-2}$!

Ma questa presupposta gratuita fissità del Sole che, nel caso specifico di Mercurio, costa alla M.C. un errore di previsione di appena 44" al secolo, la scuote e la sconvolge fortemente nella spiegazione del grandioso fenomeno della precessione lunisolare, spiegazione nella quale, ancora una volta, essa tenta di attribuire ai soli fenomeni giroscopici il moto relativo di ben 50" all'anno registrati tra il Sole ed il punto γ , al solo moto di quest'ultimo, spiegazione, per altri aspetti non sospetti, fortemente contestata già a suo tempo da scienziati del livello di Bernoulli, Eulero e d'Alambert, addirittura nel '700. Secondo i citati Autori, la spiegazione di Newton non riuscirebbe da sola a giustificare l'intero fenomeno osservato, ma questi studiosi ed illustri scienziati non avanzarono altre ipotesi o effetti che avrebbero potuto colmare questa deficienza che, secondo gli stessi, spiegherebbe solo circa 30" all'anno e non al secolo. Per giunta, le attuali conoscenze circa il geoide terrestre, costituito da una sottile crosta che galleggia su un magma incandescente, pone anche in forte discussione il valore dei momenti d'inerzia del geoide stesso, ovviamente attribuito ad hoc [2], per cui la spiegazione di Newton scenderebbe a qualche decina di secondi all'anno [2]. A questa grossa ed incolmabile deficienza della giustificazione di Newton, come è dimostrato in questa sede, può sopperire appunto lo scalzamento che invece il Sole subisce da tutti i vari pianeti, spostamento indebitamente annullato dalla Meccanica Celeste. Si trova finalmente così la legge con la quale dovrebbe variare lo spostamento del Sole verso il punto γ e si riesce anche a valutare teoricamente la variazione annua che subisce quella che comunemente chiamiamo oggi precessione lunisolare. La figura che segue dà l'andamento di questo fenomeno (Fig. 30)

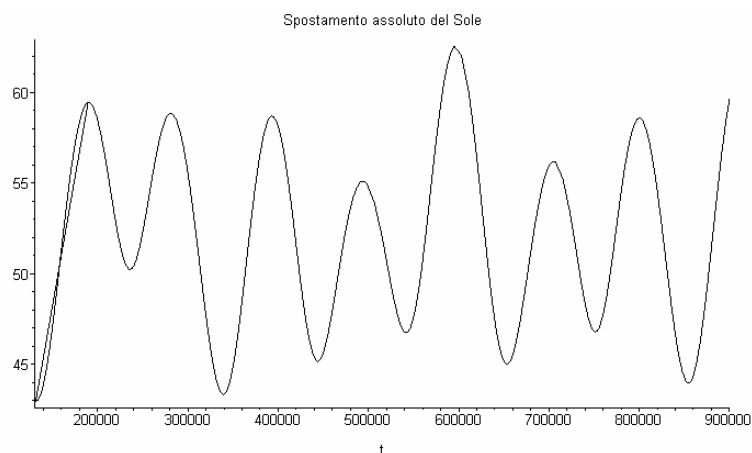


Fig. 30

Sull'ascissa è rappresentato il tempo in anni e sulle ordinate il valore dello spostamento del Sole verso il punto γ dovuto al contributo di tutti i pianeti, inclusi i trascurabili 44" al secolo, dovuti all'azione di rinculo del Sole causati dal pianeta Mercurio. La variazione teorica ammonta a ± 0.00027 secondi d'arco sessagesimale all'anno. Quella sperimentale, secondo Newcomb, agli inizi del secolo scorso, ammontava a 0.000222. Invece questa variazione è del tutto incomprensibile ed ingiustificabile con l'attuale interpretazione, assolutamente giroscopica.

Si ha quindi l'impressione, per non dire la certezza, che se si rimuove dalla teoria delle perturbazioni della M.C. l'insostenibile ed inopportuna teorica fissità del Sole, che comporta anche dei sostanziali ripensamenti sul tempo siderale, la teoria dell'Insuperabile inglese darà ancora insospettabili, positive e forti sorprese.

1 - Sul Principio degli Relativi Assoluti

Consideriamo un sistema binario gravitazionale costituito da due masse identiche **M** che gravitano l'una intorno all'altra su un'orbita circolare di raggio r e diametro d , il tutto rappresentato in Fig. 1. Per distinguerle esse sono rappresentate con colori diversi.

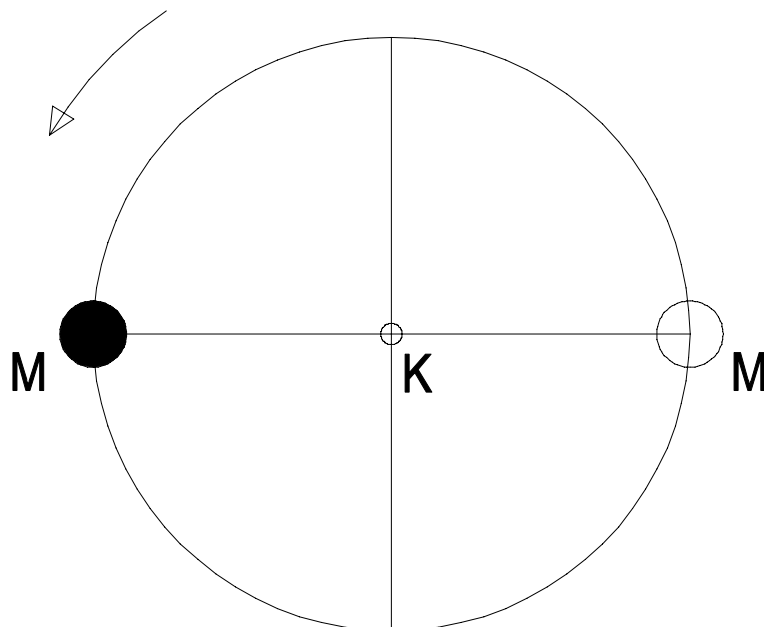


Fig. 1

In questo caso diciamo che esse ruotano con la stessa velocità intorno al baricentro **K** delle due masse. Ma, com'è facile vedere, possiamo, in modo del tutto equivalente, anche affermare che esse, scambievolmente, ruotano o rivoluzionano l'una intorno all'altra. Riferendoci alla Fig. 2, facciamo il seguente ragionamento.

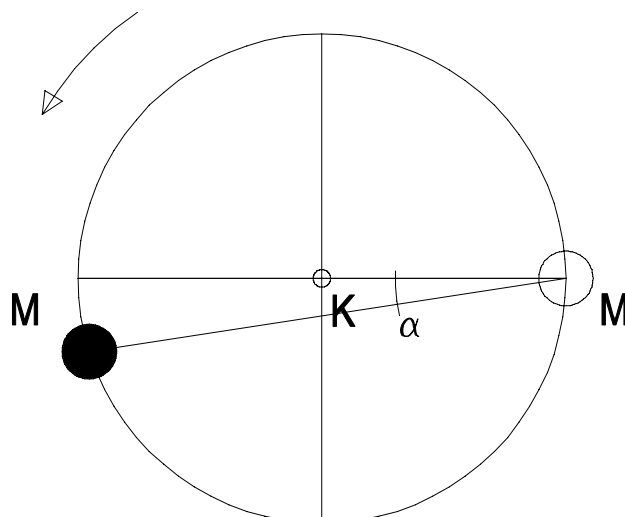


Fig. 2

Pensiamo di tenere per un brevissimo tempo fissa la massa bianca di destra e di lasciare libera quella nera di sinistra. Quest'ultima, nel detto tempuscolo, si porterà nella nuova posizione indicata dal disegno. La congiungente *istantanea* delle due masse descriverà

allora l'angolo α , che rappresenta la piccola rivoluzione che la massa di sinistra avrà descritto intorno al centro della massa di destra.
 Successivamente, teniamo ferma la massa di sinistra nella sua nuova posizione assunta e liberiamo quella di destra. Quest'ultima, orbitando adesso intorno alla massa nera, assumerà la posizione che si ricava dalla Fig. 3.

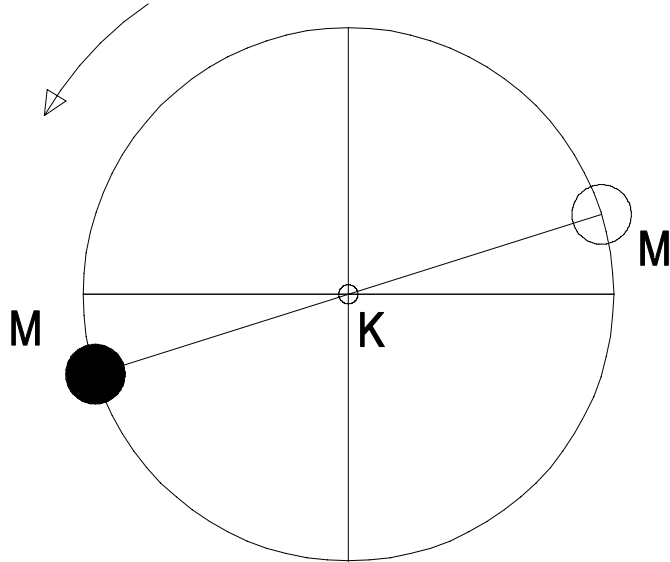


Fig. 3

Come si può vedere da questo disegno, le due masse, rivoluzionando l'una intorno all'altra, fanno sì che il segmento che istantaneamente congiunge i loro centri passa sempre per il baricentro K delle due masse. E' possibile determinare l'angolo complessivo di rivoluzione α che esse descrivono *l'una intorno all'altra* in una rotazione completa delle due masse.

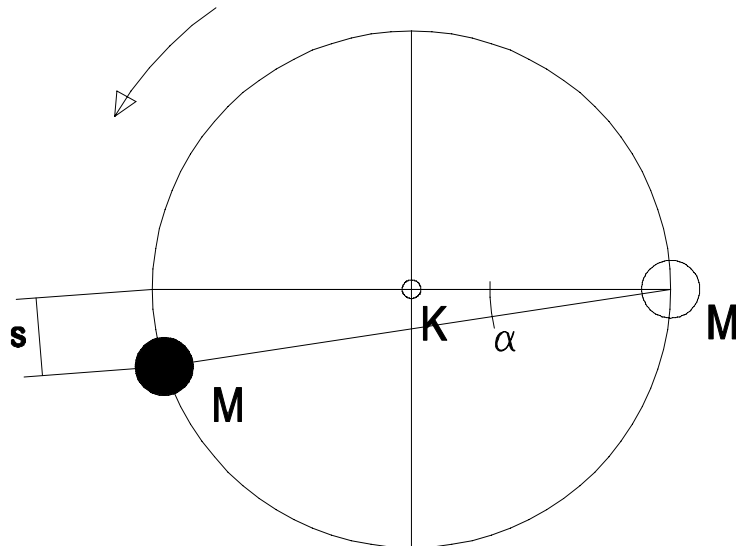


Fig. 4

Dalla Fig. 4 si ha

$$\alpha^{rad} = \frac{s}{d} = \frac{s}{2r} = \frac{2\pi r}{2r} = \pi \Leftrightarrow \alpha^{\circ} = 180^{\circ} \quad (1.1)$$

Dunque una massa orbiterà intorno all'altra di 180° , la seconda di altri 180° e quindi la somma complessiva sarà pari all'intero angolo di 360° . Allora, mentre le due masse orbiteranno intorno a K esattamente di un angolo di 360° , le stesse orbiteranno l'una intorno all'altra di un angolo di 180° .

Rendiamo questo risultato più intuitivo. Consideriamo la Fig. 5. In essa sono rappresentati

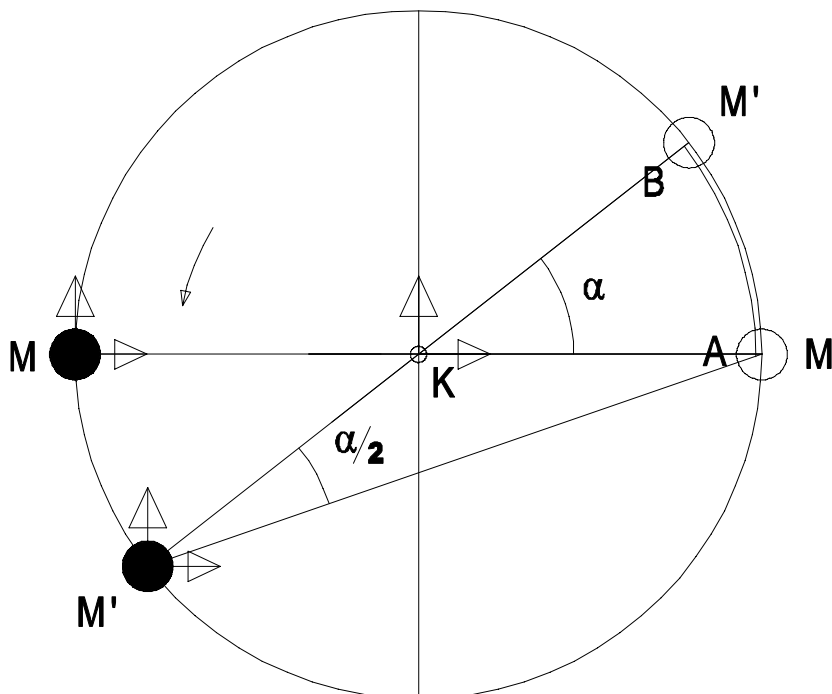


Fig. 5

i sistemi di riferimento ancorati a K ed alla massa di sinistra. Per l'osservatore K la massa bianca di destra descriverà, in un determinato tempo Δt , l'angolo α . Infatti al tempo $t=0$ vede la massa bianca in A e poi, trascorso il Δt , la vede in B.

L'osservatore ancorato alla massa nera ugualmente vedrà, negli stessi istanti di tempo, la massa bianca prima in A e poi in B, ma questa massa, nel suo sistema di riferimento, avrà descritto solo un angolo pari ad $\alpha/2$ (trattasi di due angoli, l'uno al centro (α) e l'altro alla circonferenza ($\alpha/2$), che insistono sullo stesso arco MM').

Per cui, mentre per l'osservatore K la massa bianca avrà descritto un angolo completo di 360° nel tempo T, in questo stesso tempo la stessa massa, per l'osservatore ancorato alla massa nera M, avrà descritto solo un angolo di 180° . Infatti, man mano che la massa nera M passa dalla posizione primitiva M a quella successiva M', anche la primitiva posizione A della massa bianca cambia man mano la sua posizione nel sistema di riferimento ancorato alla massa nera. Invece, nel sistema K la primitiva posizione A della massa bianca resta inalterata.

Esaminiamo adesso il caso generale di una massa centrale pari ad M ed una periferica di massa m (Fig. 6).

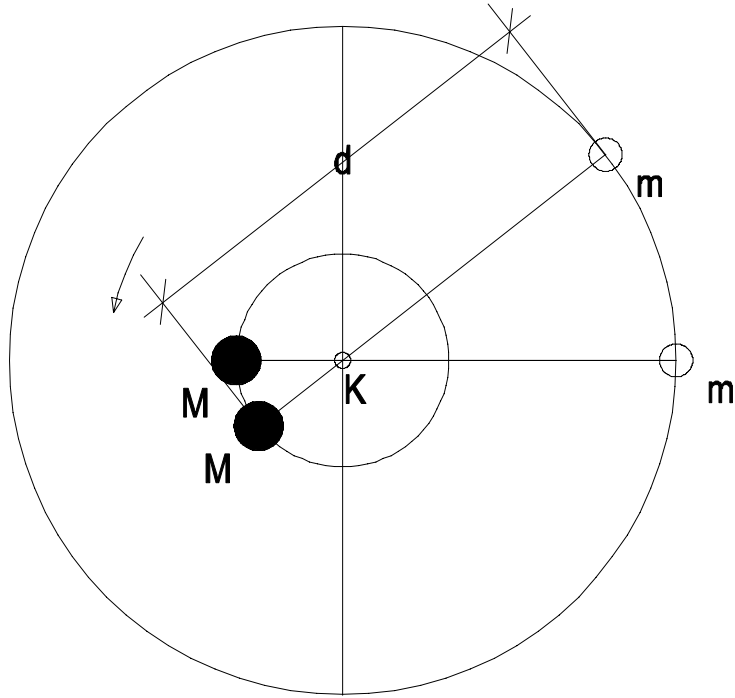


Fig. 6

E' noto che la distanza M-K è data dalla relazione

$$\overline{M - K} = \frac{d}{M + m} m \quad (1.2)$$

e che la distanza K-m è

$$\overline{K - m} = \frac{d}{M + m} M . \quad (1.3)$$

In tal caso, rifacendo il ragionamento precedente, abbiamo che la massa M, muovendosi sulla circonferenza di raggio M-K, orbiterà intorno ad m di un angolo pari a

$$\alpha_M^{rad} = 2\pi \frac{d}{M + m} m \frac{1}{d} = 2\pi \frac{m}{M + m} \Leftrightarrow \alpha_M^o = 360^\circ \frac{m}{M + m} \quad (1.4)$$

mentre la massa m, percorrendo la circonferenza di raggio K-m, orbiterà intorno ad M dell'angolo

$$\alpha_m^{rad} = 2\pi \frac{d}{M + m} M \frac{1}{d} = 2\pi \frac{M}{M + m} \Leftrightarrow \alpha_m^o = 360^\circ \frac{M}{M + m} . \quad (1.5)$$

In definitiva l'angolo complessivo di rivoluzione è sempre pari a

$$\alpha = \alpha_M^o + \alpha_m^o = 360^\circ \left(\frac{m}{M + m} + \frac{M}{M + m} \right) = 360^\circ . \quad (1.6)$$

Nel caso già esaminato all'inizio, in cui le due masse orbitanti sono uguali e pari ad M , dalla (1.4) e (1.5) si riottiene il risultato (1.1).

Sempre dalle (1.4) e (1.5) si vede inoltre che, man mano che la massa m diminuisce fino ad azzerarsi, la rivoluzione della massa principale M intorno alla secondaria si riduce sempre più fino ad annullarsi completamente. La rivoluzione della massa principale intorno alla secondaria, quando quest'ultima è completamente trascurabile rispetto ad M , in base alla (1.4), diventa nulla. Infatti, in tal caso, la massa centrale è assolutamente ferma e quindi il suo scalzamento o spostamento dal punto iniziale è rigorosamente nullo. Solo in quest'ultimo caso il sistema di riferimento ancorato alla massa centrale è rigorosamente inerziale e l'intero angolo giro di 360° è tutto da attribuirsi alla sola massa periferica.

Riassumendo possiamo dire che se le due masse sono identiche (e quindi il baricentro K è esattamente al centro del segmento che le congiunge) una massa rivoluzionerà intorno all'altra di 180° . Man mano che la massa di una di esse tende ad annullarsi (e quindi di conseguenza il baricentro K si sposta sempre più verso il centro della massa centrale M), aumenta l'angolo di rivoluzione della massa m intorno alla principale e diminuisce la rivoluzione di quest'ultima intorno alla massa secondaria m . Quando m diventa nulla, è solo quest'ultima a compiere una rivoluzione completa di 360° intorno alla principale, in quanto M non si muove affatto dalla sua posizione originaria.

Va fatta dunque la seguente prima conclusione. Se prendiamo semplicemente in considerazione i due sistemi di riferimento ancorati alle due masse M ed m , si potrebbe dire, come comunemente ed attualmente si crede, che uno qualsiasi dei due osservatori possa legittimamente considerarsi fermo ed attribuire tutto il moto di rivoluzione all'altra massa e viceversa e ciò a voler trascurare le diverse accelerazioni alle quali gli stessi sono sottoposti.

Ma, come abbiamo visto, sono appunto le masse in gioco che ci consentono di stabilire invece quanta della rivoluzione relativa o apparente va attribuita all'una e quanta all'altra. D'altra parte ammettere che, indifferentemente, uno dei due osservatori possa ritenersi fermo ed attribuire all'altro tutto il moto equivale a negare, tra l'altro, il Principio fondamentale della fisica secondo il quale il baricentro K è sempre dotato o di quiete o di moto rettilineo ed uniforme.

Infatti detto baricentro, rispetto all'osservatore che volesse considerarsi fermo, sarebbe dotato di moto accelerato, in quanto K descriverebbe una circonferenza intorno all'osservatore. E' opportuno sottolineare che, nei casi ora esaminati, ci troviamo di fronte a sistemi di riferimento non inerziali, i quali avvertono quindi, indipendentemente da quanto rilevato visivamente, accelerazioni diverse. Invece, come avremo modo di vedere tra poco nel Problema dei due Corpi, così come attualmente formulato in Meccanica Celeste e da Newton, il passaggio dal sistema inerziale ancorato al baricentro K a quello non inerziale solidale alla massa centrale avviene considerando entrambi questi sistemi di riferimento completamente ed assolutamente inerziali !

E' questo un punto molto importante che va chiaramente sottolineato e ribadito.

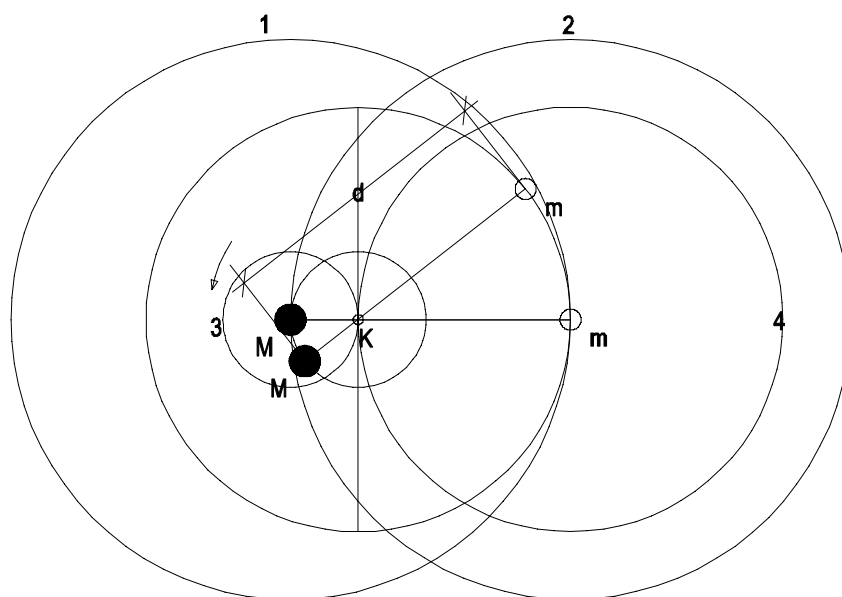


Fig. 7

Secondo l'usuale, incontestato e tradizionale procedimento, l'osservatore solidale ad M (Fig. 7), può considerarsi legittimamente fermo ed attribuire tutto il suo moto, che ha rispetto a K, alla massa secondaria m. Con ciò quest'ultima viene a descrivere, nel sistema di riferimento ancorato ad M, l'orbita 1 e, contemporaneamente, il baricentro K, l'orbita 3.

Altrettanto e con la stessa identica legittimità, può fare l'osservatore ancorato ad m. In questo ultimo caso l'orbita descritta da M è quella indicata col numero 2 ed il baricentro K descriverebbe, questa volta, l'orbita 4. E' dunque palese che questo modo di procedere viola l'acclarato Principio secondo il quale il centro delle masse o sta in quiete o viaggia con moto uniforme. Invece se, in base a quanto appena accennato, consideriamo che le due masse rivoluzionano l'una intorno all'altra delle quantità date dalle (1.4) e (1.5), si ha il rispetto rigoroso del detto Principio. Infatti, v. Fig. 8, se, rettificando le

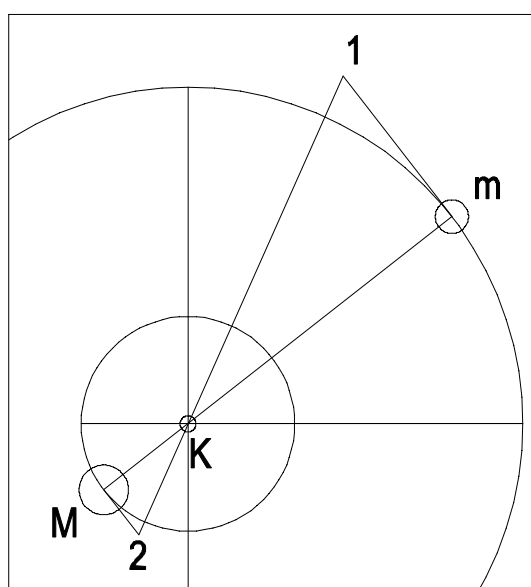


Fig. 8

le dette rivoluzioni reciproche delle due masse, indichiamo con il tratto M-2 la rivoluzione di M intorno ad m e con m-1 la rivoluzione di m intorno ad M, congiungendo i due punti 1-2, detto segmento intercetterà sempre il baricentro K.

Quanto rilevato in precedenza può essere sintetizzato in semplici disegni (v. Fig. 9 e 10) che riportano l'angolo di rivoluzione della massa m intorno alla massa centrale M quando m è piccola rispetto ad M ma non è ancora del tutto trascurabile.

La Fig. 9 riporta la gran parte della rivoluzione apparente che va attribuita alla reale rivoluzione che la massa secondaria m compie intorno alla principale.

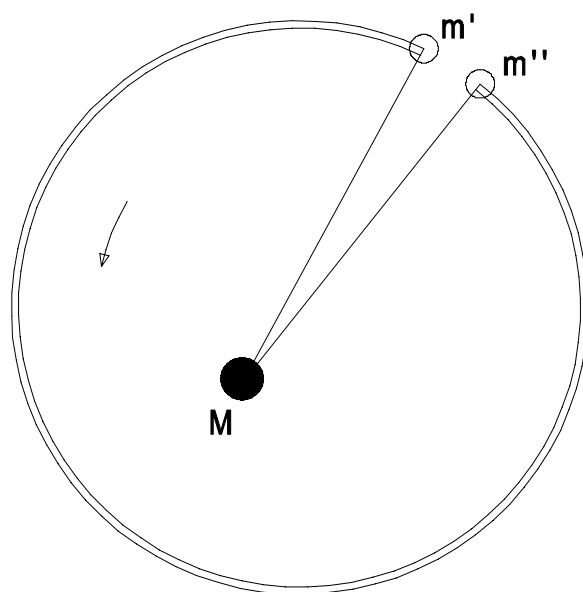


Fig. 9

La Fig. 10 riporta invece quella piccola parte reale della intera rivoluzione apparente che descrive la massa M intorno alla massa secondaria m, rappresentata dal piccolo arco M-M'.

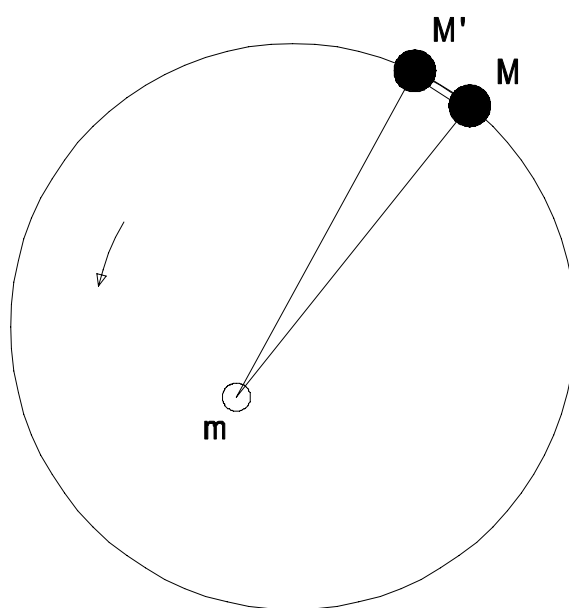


Fig. 10

Consideriamo, per ultimo, il caso in cui le due masse M ed m cadono l'una verso l'altra, lungo la loro congiungente (Fig. 11).

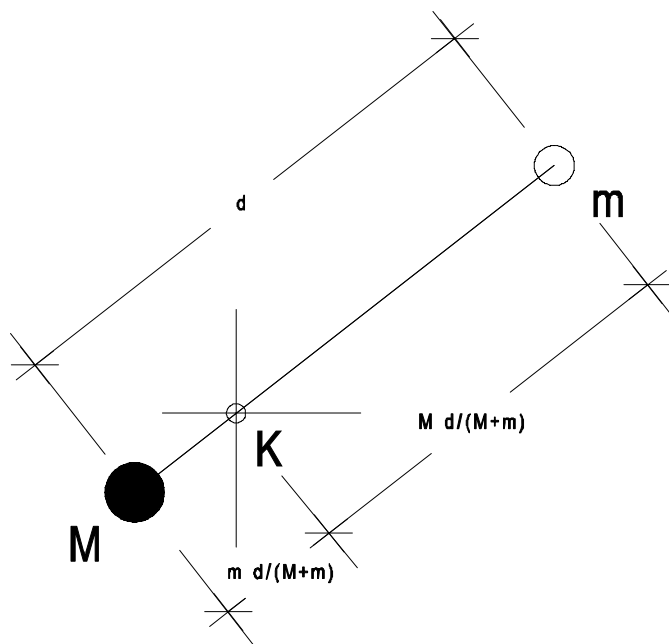


Fig. 11

Risulta evidente, dato che esse raggiungeranno il punto K nello stesso istante, che la massa m cadrà verso quella centrale percorrendo, della intera distanza d , il tratto K - m e, viceversa, la massa centrale M cadrà verso m percorrendo, della distanza d , solo il tratto M - K e ciò in perfetta similitudine con quanto già visto nel caso delle rivoluzioni reciproche prima considerate. Infatti alla distanza d corrisponde, nel caso delle masse orbitanti, all'intero angolo giro di 360° . E' altresì facile controllare che, nel sistema di riferimento K , il prodotto delle masse per il percorso fatto dalle stesse, e ciò sia nel caso della caduta che nel caso delle rivoluzioni dell'una intorno all'altra, è costante. Infatti nel caso della caduta verticale si ha

$$M \frac{d}{M+m} m = m \frac{d}{M+m} M, \quad (1.7)$$

e nel secondo

$$M \frac{2\pi d}{M+m} m = m \frac{2\pi d}{M+m} M. \quad (1.8)$$

Se dividiamo i due membri delle equazioni precedenti per il tempo di caduta o di rivoluzione T (misurato nel sistema K) abbiamo

$$M V_M = m V_m. \quad (1.9)$$

E' questa una condizione che è rispettata anche dalla teoria di Newton, come vedremo. In più, la velocità angolare delle due masse, sempre nel sistema K è la stessa. Invece, per due sistemi di riferimento ancorati alle due masse che volessero considerarsi assolutamente equivalenti tra loro (come è ben noto, sono equivalenti tra loro solo i sistemi di riferimento inerziali), la massa m avrebbe percorso l'intera distanza d e viceversa.

Occorre osservare che il tempo T , per il sistema K , è sia il tempo che impiega la massa m a percorrere l'intera circonferenza di raggio $K-m$, che il tempo che impiega la massa M a descrivere completamente la circonferenza di raggio $K-M$. Per il sistema di riferimento ancorato alla massa centrale M , la massa periferica m , nel tempo universale T , ha compiuto invece un angolo di rivoluzione reciproca pari a

$$\alpha_m^{\circ} = 360^{\circ} \frac{M}{M+m}, \quad (1.10)$$

intorno ad M , angolo che, come si vede dalla (1.10), è quasi uguale all'intero angolo giro, vista in genere la piccolezza di m rispetto ad M . Nello stesso tempo T , la massa principale M ha compiuto, intorno a quella secondaria m , l'arco

$$\alpha_M^{\circ} = 360^{\circ} \frac{m}{M+m} \quad (1.11)$$

e quindi sommando i due angoli, si ha l'intero angolo giro.

Dunque la differenza tra l'intero angolo giro ed il valore dato dalla (1.10) deve essere attribuita alla rotazione che la massa centrale compie intorno ad m , sempre nello stesso tempo T e quindi va attribuita al movimento reale della massa centrale intorno alla secondaria.

In base a quanto in precedenza rilevato, si deduce che la velocità angolare delle rivoluzioni reciproche di una massa intorno all'altra sono ben diverse. Infatti si ha che la massa m rivoluzionerà intorno ad M con una velocità angolare

$$\omega_{Mm}^{\circ} = \frac{360^{\circ}}{T} \frac{M}{M+m} \quad (1.12)$$

mentre si avrà

$$\omega_{mM}^{\circ} = \frac{360^{\circ}}{T} \frac{m}{M+m}. \quad (1.13)$$

La somma di queste due velocità angolari

$$\frac{360^{\circ}}{T} \frac{M}{M+m} + \frac{360^{\circ}}{T} \frac{m}{M+m} = \frac{360^{\circ}}{T} = \omega \quad (1.14)$$

è uguale alla velocità angolare delle due masse rispetto al baricentro K .

E' opportuno riepilogare quanto già detto. Normalmente si crede che si possa, a seconda dei sistemi di riferimento adottati, attribuire tutto il moto apparente o relativo alla massa che non appartiene al sistema di riferimento scelto. E' quanto si fa nell'attuale Meccanica Celeste. Esaminiamo, in proposito, la Fig. 12.

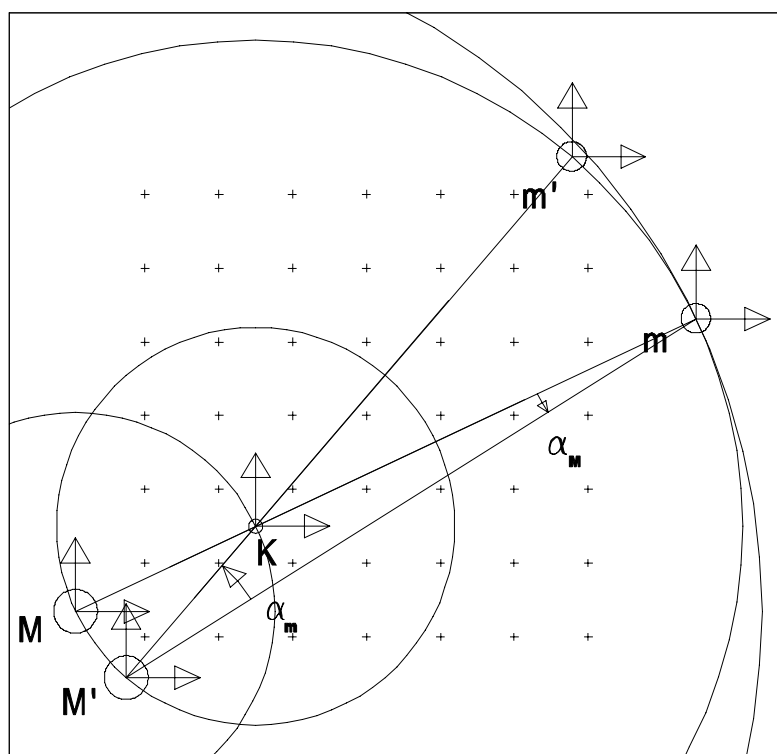


Fig. 12

Come già detto, pur se si ammette che i due corpi di masse M ed m orbitano intorno al comune baricentro K , quando poi si passa ai sistemi di riferimento ancorati ad M ed m , si ammette che essi possano legittimamente considerarsi assolutamente fermi, anche rispetto alle stelle fisse, rappresentate in figura da tanti puntini, e si attribuisce all'altra massa tutto il movimento rilevato.

Come già osservato, così operando, nel caso del sistema di riferimento ancorato alla massa M , la massa secondaria m non descriverebbe più la circonferenza di raggio $K-m$ bensì quella più grande, di raggio $M-m$. In più, il baricentro K , non resta più in quiete (o dotato di moto rettilineo ed uniforme rispetto alle stelle fisse), ma descrive, in moto accelerato, la circonferenza di raggio $M-K$ e ciò contrariamente al noto ed incontrovertibile Principio fisico.

Poiché il baricentro K è solo un punto teorico, non rilevabile astronomicamente, è invece possibile fare la seguente ricostruzione del fenomeno. Nell'ipotesi che all'istante $t=0$ le due masse occupano le posizioni M ed m , per ritrovare le loro posizioni nel tempuscolo Δt , facendo perno intorno ad m , si può ruotare il segmento $M-m=d$ dell'angolo α_M (1.13). Con questa operazione, dato il tempo infinitesimale trascorso, la massa M va a collocarsi in M' . Successivamente, facendo perno intorno ad M' , ruotando quindi il segmento $M'-m$ dell'angolo α_m (1.14), la massa secondaria m va nella nuova posizione m' assunta dopo il detto tempuscolo.

Con queste due operazioni si riesce a ritrovare le posizioni delle due masse ed in più la retta che istantaneamente le congiunge passa sempre per il baricentro K .

E' dunque da osservare che il semplice valore delle masse permette di eliminare del tutto le ambiguità di un apparente ed illusorio relativismo che si ritrova ancora nella meccanica

celeste newtoniana, nonostante la presenza di indiscutibili e diverse accelerazioni e gli sforzi di Newton stesso.

E non possiamo non ricordare le critiche che Egli subì sia da parte dell'arcivescovo George Berkeley, suo contemporaneo, che, successivamente, dall'acutissimo E. Mach [4] proprio a proposito dei moti assoluti e dei moti relativi o illusori. Newton, nella sua intramontabile opera i **Principia**, appunto per leggere, discernere e ricavare le leggi della fisica dal mondo delle comuni apparenze (ad esempio, quello di Tolomeo), fa un famosissimo esperimento. Prende un secchio pieno d'acqua, lo appende con un filo al soffitto della sua stanza e gli imprime una rotazione intorno all'asse di sospensione.

Poco dopo osserva che la superficie d'acqua, prima piana, poi diventa concava, risalendo verso i bordi del vaso e scendendo verso il centro. A questo punto afferma che il secchio è dotato di un moto assoluto di rotazione (avrebbe potuto aggiungere la frase *rispetto alle stelle fisse*, ma non lo fece!). Contro questa deduzione si scagliò George Berkeley, sostenendo che un osservatore che ruota col secchio può considerarsi fermo e vedere le stelle fisse che gli ruotano intorno in senso opposto. Era quindi del tutto arbitrario il ragionamento di Newton. In effetti Berkeley sostiene che un osservatore che ruota intorno al suo asse verticale, nonostante il suo inevitabile capogiro ed il fatto che le sue braccia da verticali che erano, tendano a disporsi orizzontalmente, può tranquillamente ritenersi immobile e pensare che tutto il resto gli giri intorno!

Successivamente l'ammirevole Mach aggiunse [4], rafforzando la critica di Berkeley, che le stelle non sono dei semplici puntini luminosi, ma hanno delle masse considerevoli. Più tardi, con Einstein, abbiamo che se le stelle ruotassero con la stessa velocità del secchio e quest'ultimo fosse fermo, ugualmente l'acqua nel secchio assumerebbe la configurazione rilevata da Newton e quindi ugualmente l'osservatore ancorato al secchio avvertirebbe quello stesso capogiro e le sue braccia si distenderebbero orizzontalmente.

Ci dispiace molto rilevare che l'unisona versione di Berkeley, Mach ed Einstein (BME), basandosi su dei puri fatti illusori o pure apparenze, cozza violentemente anche contro un altro elementare Principio fisico. Infatti, quando Newton pone in rotazione il secchio, per il Principio di Azione e Reazione (III° Principio della dinamica, formulato proprio da Newton), Egli non può non applicare anche un'azione uguale e contraria al pavimento del suo laboratorio di modo che non può non imprimere al pavimento del laboratorio stesso un'azione uguale e contraria. Se quindi indichiamo con I_m ed I_M i momenti d'inerzia del secchio e del laboratorio e con ω_m e con ω_M le rispettive velocità angolari dell'uno e dell'altro, acquisite dopo l'impulso rotatorio dato dall'operatore, abbiamo una formula analoga alla (1.9) e cioè

$$I_m \omega_m = I_M \omega_M, \quad (1.15)$$

Principio ampiamente verificato e ben noto addirittura a Cartesio, sebbene in forma diversa. Da ciò deriva che, con Newton, riusciamo a stabilire, ancora una volta, di quanto ruoterà il laboratorio e di quanto il secchio. Poiché il momento d'inerzia del secchio è infinitesimale rispetto a quello delle stelle fisse (o, in genere, alle pareti del laboratorio) possiamo essere ben certi che, praticamente, quasi tutto l'*apparente ed illusorio* movimento rilevabile tra il secchio e le stelle fisse è da attribuirsi in larghissima parte al secchio e, in parte infinitesima, alle stelle di Berkeley e Mach e quindi Newton aveva ed ha ancora il 99.999 % di ragione. Quindi non solo riusciamo a stabilire chi e come ruota ma determiniamo con esattezza l'entità stessa delle reciproche rotazioni. Ma c'è da

aggiungere che se si sperimenta con due o più secchi contemporaneamente, dotati di diverse e contrarie velocità angolari, questo enorme ammasso di stelle cosa farà secondo (BME) e chi accontenterà? Invece, anche in questo caso un po' più complicato, al contrario dell'impossibilità della risposta a questa domanda da parte di BME, è ancora una volta possibile stabilire, sempre in base al III° Principio della dinamica, quale sarà la risultante di tutti questi moti e quindi si riuscirà a determinare, con assoluta precisione come, e di quanto, ed in che senso ruoteranno i vari corpi chiamati in causa.

Ed in più aggiungiamo che se, cosa di non poco conto, volessimo dotare il detto ammasso stellare di una velocità angolare pari a quella del secchio, quest'ultimo, sempre per il III° Principio della Dinamica, verrebbe a possedere ovviamente una velocità incredibile. E' lo stesso noto fatto della palla, di massa m , sparata da un cannone (di massa M). Sappiamo che per questi due corpi è ancora valida la (1.9) (Principio della conservazione della quantità di moto) e cioè

$$M v_M = m V_m \quad (1.16)$$

e quindi riusciamo ad imprimere una grandissima velocità al proiettile proprio e solo per la piccolezza della sua massa nei confronti di quella del cannone. Se affermassimo che il malconcio osservatore ancorato alla palla di cannone può legittimamente considerarsi fermo ed attribuire tutta la velocità relativa misurata tra le due masse al solo cannone dovrebbe concludere che la quantità di carica esplosiva è enormemente maggiore di quella effettiva e dovrebbe negare, ancora una volta, la validità del Principio di azione e reazione insito nella (1.16).

E proprio Mach diceva che il mondo ci è dato in una sola volta e tutto insieme, siamo poi noi a decomporre e a ridurre un complesso fenomeno a dei principi chiari ed intelligibili ed invece, così ragionando, asserisce che viene prima l'apparente ed illusoria cinematica e poi la dinamica. Certamente, un astronauta in un razzo che accelera può avere l'illusione di essere fermo mentre tutto l'universo accelera in senso opposto, ma questa è solo una pura impressione contraria anche al Principio di economia dei fenomeni fisici in quanto, per accelerare in quella misura l'Universo intero, così come vorrebbe il relativista più puro, occorrerebbe applicare ad esso un propulsore di una potenza inaudita.

Né, a sostegno di questa tesi, si può invocare il Principio di Equivalenza, secondo il quale il detto astronauta non può compiere nessun esperimento che gli consenta di stabilire se esso è soggetto a delle forze inerziali o gravitazionali, vista la legge di caduta dei gravi di Galilei. Infatti se l'astronauta lascia cadere corpi di masse diverse verso il fondo della sua astronave essi effettivamente raggiungeranno esattamente nello stesso istante il fondo del missile e ciò indipendentemente dalle masse degli stessi.

Una piuma, un martello e una palla di cannone raggiungerebbero il fondo dell'astronave esattamente nello stesso istante proprio e solo perché non sono questi corpi a cadere verso il fondo ma è solo quest'ultimo ad accelerare verso i detti corpi (questi corpi *cadenti*, una volta abbandonata la mano dell'astronauta, in ossequio al I° Principio della dinamica, perseverano nel loro stato di quiete o di moto rettilineo ed uniforme conservando la velocità che avevano al momento del loro rilascio).

Invece, in un campo gravitazionale le cose stanno ben diversamente: la legge di caduta di Galilei [2], come avremo modo di vedere anche in questa sede, è stata rivisitata da Newton con l'introduzione in essa delle masse cadenti (Problema dei due Corpi) e quindi il

detto astronauta non può confondere gli effetti inerziali, ai quali egli è sottoposto, con quelli gravitazionali.

Ed ancora una volta le masse ci permettono di stabilire quanta aliquota del moto relativo, apparente o illusorio va attribuito all'uno o all'altro sistema di riferimento. Abbiamo cioè dei moti relativi assoluti o degli assoluti moti relativi. *D'altra parte lo scopo della fisica dovrebbe essere appunto quello di interpretare le comuni apparenze secondo Principi applicabili in ogni caso e quindi universali.*

Ciò detto, traduciamo in formule i concetti precedenti, riassunti e sintetizzati nella seguente Fig. 13.

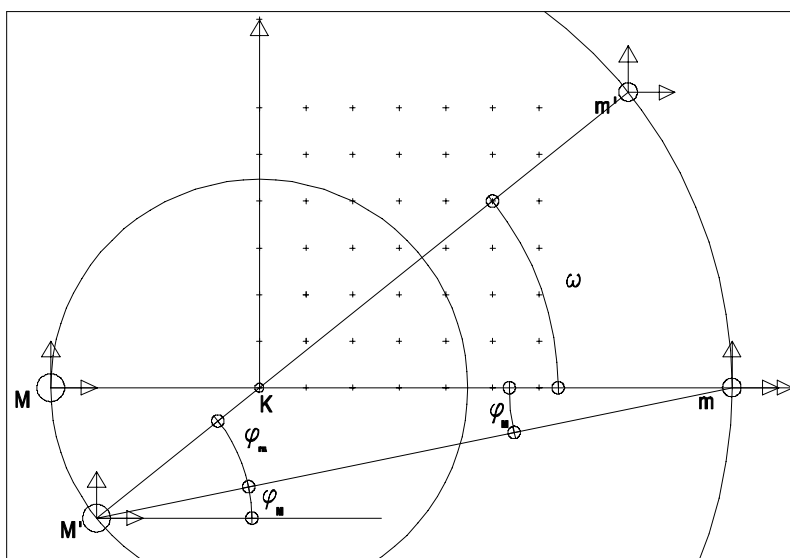


Fig. 13

Le coordinate della massa m, rispetto al sistema fisso K, al tempo t=0, sono date dalle equazioni

$$x_{Km} = \frac{Md}{M+m} \cos(\omega t) = \frac{Md}{M+m} \quad (1.17)$$

$$y_{Km} = \frac{Md}{M+m} \sin(\omega t) = 0$$

dove

$$\omega = \frac{2\pi}{T}. \quad (1.18)$$

Le coordinate di M, sempre nel detto sistema, sono

$$x_{KM} = \frac{md}{M+m} \cos(\omega t + \pi) = -\frac{md}{M+m} \quad (1.19)$$

$$y_{KM} = \frac{md}{M+m} \sin(\omega t + \pi) = 0$$

Le coordinate di \mathbf{M}' , nel sistema ancorato ad \mathbf{m} , dopo un tempuscolo t , sono

$$x_{mM'} = d \cos(\phi_M t + \pi) \quad (1.20)$$

$$y_{mM'} = d \sin(\phi_M t + \pi)$$

dove

$$\phi_M = \frac{m}{M+m} \frac{2\pi}{T} = \frac{m}{M+m} \omega. \quad (1.21)$$

Le coordinate di \mathbf{m}' , nel sistema ancorato ad \mathbf{M}' , sono

$$x_{M'm'} = d \cos(\phi_M t + \phi_m t) \quad (1.22)$$

$$y_{M'm'} = d \sin(\phi_M t + \phi_m t)$$

dove

$$\phi_m = \frac{M}{M+m} \frac{2\pi}{T} = \frac{M}{M+m} \omega \quad (1.23)$$

Dalle precedenti relazioni si ha che le (1.22) diventano

$$x_{M'm'} = d \cos(\phi_M t + \phi_m t) = d \cos(\omega t) \quad (1.24)$$

$$y_{M'm'} = d \sin(\phi_M t + \phi_m t) = d \sin(\omega t)$$

Dalle (1.24) si vede come, nel sistema di riferimento mobile \mathbf{M}' , tramite le rivoluzioni reciproche che l'una massa fa intorno all'altra, si riesca a determinare sia la posizione della massa \mathbf{m}' che di \mathbf{M}' che risulta coincidere con quella relativa al sistema ancorato a K.

Si vede inoltre che la velocità angolare ω che possiedono le due masse nel sistema ancorato alle stelle fisse (o a K) sia la somma delle velocità angolari di rivoluzione reciproca delle due masse l'una intorno all'altra e cioè

$$\omega = \phi_m + \phi_M, \quad (1.25)$$

infatti

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \equiv \frac{360^\circ}{T} = \frac{360^\circ}{T} \frac{M}{M+m} + \frac{360^\circ}{T} \frac{m}{M+m} = \frac{360^\circ}{T} \equiv \frac{2\pi}{T}. \quad (1.26)$$

Le figure che seguono determinano appunto le posizioni di \mathbf{M}' ed \mathbf{m}' usando i sistemi di riferimento ancorati alle stesse e le formule precedenti. Per la Fig. 14

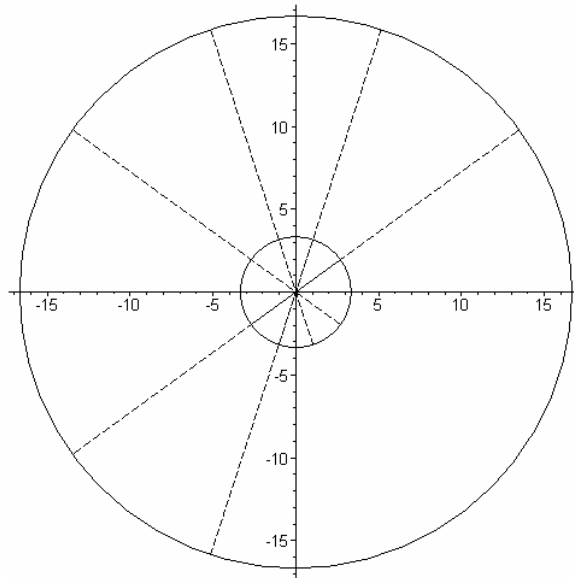


Fig. 14

si è usato un rapporto delle masse pari a $m/M=0.2$. In essa si vede chiaramente l'orbita percorsa dalla massa centrale e le congiungenti le due masse passano sempre per il baricentro K. La Fig. 15 è ottenuta con un rapporto

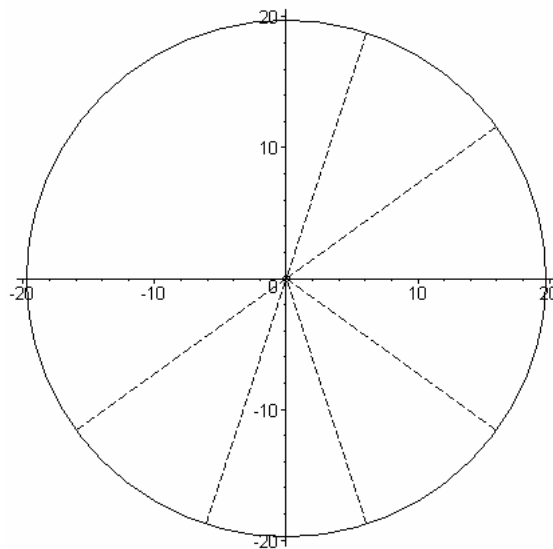


Fig. 15

$m/M=1/81$. E' il caso del sistema Terra-Luna, nel quale esso è il massimo che si possa riscontrare nel nostro sistema solare; infatti, per la coppia Sole-Giove, detto rapporto è notevolmente inferiore e pari a circa $m/M=1/1000$. E, come si vede da questa figura, il cerchietto descritto dalla massa centrale è impercettibile ma non per questo trascurabile.

Fin qui abbiamo fatto delle pure e semplici considerazioni di esclusivo carattere fisico e geometrico. Come vedremo tra poco, in base alla teoria di Newton, gli angoli di rivoluzione delle masse M ed m, nel Problema dei due Corpi, dati dalle formule (1.4) e (1.5), verranno invece dimezzati. Per vedere già adesso di cosa stiamo parlando, calcoliamo con queste semplici ed immediate relazioni l'angolo di rivoluzione che il Sole compie **intorno** a Mercurio in un periodo di 88 giorni (periodo di rivoluzione di Mercurio intorno al Sole), e ciò

senza l'uso di nessuna teoria gravitazionale, eccetto che per il valore oggi attribuito alle masse in gioco, nel Sistema [c.g.s]. In base alla (1.4) si ha

$$\alpha_{S_{88}}^{\circ} = 360^{\circ} \frac{m}{M+m} = 360^{\circ} \frac{0.3285 \times 10^{27}}{1989 \times 10^{30} + 0.3285 \times 10^{27}} = 5.94457 \times 10^{-5} \quad (1.27)$$

e quindi un angolo in secondi sessagesimali pari a

$$\alpha_{S_{88gg}}^{\prime\prime} = 5.94 \times 10^{-5} \times 3600 = 0.214045^{\prime\prime}. \quad (1.28)$$

In cento anni si avrà un arco di rivoluzione del Sole **intorno** a Mercurio di

$$0.21^{\prime\prime} : 88^g = \alpha_{S_{100anni}}^{\prime\prime} : 36525^g \quad (1.29)$$

da cui

$$\alpha_{S_{100anni}}^{\prime\prime} = 88^{\prime\prime}. \quad (1.30)$$

Osserviamo, per il momento, che quest'angolo di rivoluzione reciproca è praticamente il doppio dell'*inspiegabile* avanzamento del perielio di Mercurio (43.5"). Se inoltre il Sole compie, in cento anni, un arco di 88", per compiere un'intera rivoluzione **intorno** a Mercurio impiegherà un tempo pari a

$$88 : 100 = (360^{\circ} \times 3600) : T_{SM} \quad (1.31)$$

da cui

$$T_{SM} \approx 1472727 \text{ anni}. \quad (1.32)$$

Facendo gli stessi calcoli per ogni pianeta del sistema solare abbiamo i risultati della seguente tabella (1.33).

<i>Pianeta</i>	$\frac{m}{M+m}$	<i>Periodo anni</i>	<i>Arco solare in cento anni</i>	T_{SP} <i>Rivoluzione solare di 360° Anni platonici</i>
<i>Mercurio</i>	1.65×10^{-7}	0.24	88.84	1 458 802
<i>Venere</i>	2.45×10^{-6}	0.62	515.94	251 192
<i>Terra</i>	3.00×10^{-6}	1.00	389.39	332 828
<i>Marte</i>	3.24×10^{-7}	1.88	22.34	5 801 253
<i>Giove</i>	9.53×10^{-4}	11.86	10 412.66	12 446
<i>Saturno</i>	2.85×10^{-4}	29.46	1 255.26	103 245
<i>Urano</i>	4.36×10^{-5}	84.01	67.24	1 927 424
<i>Nettuno</i>	5.29×10^{-5}	164.8	41.59	3 116 134
<i>Plutone</i>	4.97×10^{-9}	247.7	0.00	∞

(1.33)

In essa, nella quarta colonna, è riportato l'arco di rivoluzione del Sole, espresso in secondi sessagesimali, che esso descrive, intorno al pianeta, in cento anni. Nella quinta colonna è riportato, in anni, il tempo che impiegherebbe il Sole a descrivere l'orbita completa di 360° intorno al pianeta. Chiameremo quest'ultimo tempo anno platonico relativo al pianeta considerato.

Come già anticipato, con il ricorso alla teoria di Newton, l'arco descritto dal Sole nella quarta colonna si dimezza, mentre, conseguentemente, raddoppia l'anno platonico del relativo pianeta considerato. Nel caso di Giove si avrà cioè che la rivoluzione del Sole intorno a questo pianeta sarà di $10412.66 / 2 = 5206''$ in cent'anni e quindi pari a **52''** all'anno, praticamente quasi uguale al valore interamente attribuito oggi invece alla precessione lunisolare di 50'', ed in più, il periodo di rivoluzione completa del Sole intorno a Giove sarebbe pari a $12446 \times 2 = \mathbf{24.800}$ anni, anch'esso praticamente coincidente con il noto anno platonico che è dell'ordine di 25.700 anni. Ecco perché abbiamo chiamato anni platonici i tempi riportati nella quinta colonna.

Sembrirebbe di aver puntualizzato ed esaurito la tematica circa il passaggio da un sistema di riferimento ad un altro ma non è così. Come facilmente possiamo renderci conto, in Meccanica Celeste, va precisato e tenuto ben presente ancora quanto segue.

I movimenti dei corpi celesti vengono tutti riferiti al sistema di riferimento fondamentale costituito dallo scenario delle stelle **fisse**, tanto da poter affermare che, senza di esse, ci saremmo trovati nel buio più completo. Gli antichi astronomi scoprirono appunto i pianeti osservando che essi, rispetto a quelle che chiamiamo fisse, erano e sono delle *stelle* che si muovono velocemente sullo scenario fisso e punteggiato della volta celeste. Non a caso rappresentavano Mercurio, detto anche il postino dell'antichità, con delle ali ai piedi. Non diversamente fanno gli astronomi moderni quando scattano, in tempi diversi, fotografie di una certa zona del cielo per scoprire se c'è qualche puntino luminoso che si è mosso rispetto **alle stelle fisse**. Quindi questo sistema di riferimento è di fondamentale importanza per la M.C..

Invece lo schema deduttivo secondo il quale i pianeti ruotano intorno al Sole è una nostra logica e fisica ricostruzione di quanto noi apparentemente osserviamo, sempre rispetto al sistema di riferimento costituito dalle stelle fisse. E è questo sistema di riferimento, che potremmo chiamare momentaneamente assoluto, che funziona in un certo qual senso da etere cosmico, e che costituisce il banco di prova finale delle nostre ricostruzioni teoriche. Anche il sistema tolemaico, con i suoi elaborati epicicli, riusciva a ricostruire le traiettorie descritte dai pianeti **sulla volta celeste**, ma era una versione della realtà solo puramente geometrica e peraltro molto macchinosa. Con il sistema copernicano abbiamo invece trovato una ricostruzione più in linea con quei principi fisici che riusciamo a ricavare dalle nostre esperienze quotidiane. Quindi una qualsiasi teoria gravitazionale deve, in ultima analisi, fare i conti con questo sistema di riferimento, tra l'altro, solo apparentemente assoluto.

Potrebbe sembrare questa una precisazione del tutto superflua ma non è affatto così. Con dei semplici calcoli abbiamo visto che, solo in base al valore attuale attribuito alle masse del Sole e dei pianeti o meglio, in base al loro rapporto, riusciamo a calcolare degli spostamenti della **massa solare** che, come vedremo tra poco, sono esattamente il doppio di quelli che riusciremo a determinare con la teoria di Newton o in base all'attuale Meccanica Celeste. Ma occorre osservare che le moderne teorie presuppongono appunto fisse delle stelle che tali non sono. Infatti oggi sappiamo che il nostro sistema solare sta in

una certa regione della nostra galassia e tutte le stelle che stanno in questa zona, ivi compreso il nostro Sole, si muovono con una certa legge intorno al centro della galassia stessa.

Dunque i moti dei pianeti che noi calcoliamo con le formule della teoria di Newton sono **relativi** ad un sistema di riferimento del tutto **arbitrario** e quindi non ci consentono, ad esempio, di calcolare il moto del Sole e del relativo sistema planetario rispetto ad un sistema di riferimento ancorato al centro della nostra galassia. E forse è questo uno dei tanti motivi per i quali non riusciamo ancora a ricondurre la gravità ad interazioni già note.

Ma se riteniamo che l'asse di un giroscopio o il piano nel quale oscilla il pendolo di Foucault conserva, nello spazio, inalterata la sua direzione qualunque sia il movimento impresso al suo sostegno, potremmo addirittura pensare che quegli spostamenti riportati nella Tabella (1.21) siano spostamenti assoluti del Sole, mentre quelli che calcoleremo con la teoria di Newton sono relativi a quelle che consideriamo essere stelle fisse. Vedremo che la questione è ancora molto più sottile.

La Fig. 16, che segue, evidenzia e sintetizza ora questa tematica. L'anonimo foglio di carta delle precedenti figure sul quale abbiamo ragionato è adesso drappeggiato di puntini (**stelle fisse**).

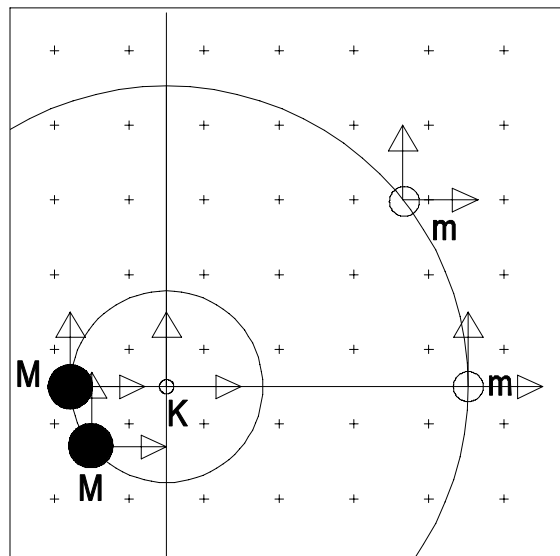


Fig. 16

In essa sono rappresentati i sistemi di riferimento ancorati a K ed alle due masse M ed m. Il sistema K può essere considerato solidale a quello delle stelle fisse, ma non è osservabile astronomicamente ed è quindi solo un dato teorico. Ciò comporta che una qualsiasi teoria gravitazionale, usando il sistema di riferimento eliocentrico ancorato ad M, mobile rispetto a quello delle stelle fisse a seconda del variabile valore della massa secondaria, deve saper ricostruire con esattezza la direzione nella quale, in un dato istante, vede la massa m nel sistema di riferimento ancorato ad M. Deve cioè saper individuare quale particolare stella fissa, stella che non appartiene al suo sistema di riferimento, si troverà, nel particolare istante considerato, perfettamente allineata con i punti M ed m, grandezze astronomiche che sono le uniche osservabili realmente, a differenza del baricentro K.

Invero c'è ancora da dire che il sistema di riferimento eliocentrico, adottato in astronomia, differisce moltissimo, e questo è il punto fondamentale, da quelli usati in fisica teorica perché mentre questi ultimi hanno sia l'origine che i tre assi di riferimento interamente solidali al corpo al quale sono ancorati (si pensi, ad esempio, al sistema di riferimento ancorato ad una nave e quello relativo alla terra ferma), quello astronomico ha solo l'origine nel centro del Sole, mentre gli assi congiungono questa origine con particolari stelle fisse (punto γ etc.) e quindi esterne alla sfera solare.

Come meglio vedremo tra poco, questa problematica non viene minimamente affrontata nella soluzione del problema dei due corpi, cardine di tutta la conseguente teoria delle perturbazioni planetarie. Infatti, pur riconoscendo che il Sole ruota anch'esso intorno ad un baricentro K, alla fine esso viene considerato sempre assolutamente fisso **anche rispetto alle stelle fisse** !

Possiamo concludere questa parte dicendo che, nella lunga storia dell'astronomia, siamo passati, con grandi e dolorose sofferenze, e non è retorica gratuita, dal sistema geocentrico a quello eliocentrico.

Galilei disse la celebre frase **eppur si muove**, nel combattere contro una visione dettata dall'illusionismo delle apparenze. Purtroppo siamo caduti in un altro pregiudizio che trova la sua ragion d'essere in un acuto ed imperante eliocentrismo scientifico.

Dobbiamo invece riconoscere, e non dovrebbe essere difficile, che se è vero che la Terra rivoluziona **fortemente** intorno al Sole è anche vero che il Sole, **seppur debolmente**, orbita anch'esso intorno alla Terra. Potremmo, parafrasando Galilei, dire **eppur si muove** ma questa volta è il Sole.

2 - Newton ed il Problema dei due Corpi

Come già osservato e riportato nei lavori [1,2,3], Newton (e cioè l'odierna Meccanica Celeste) parte dal presupposto (Fig. 17)

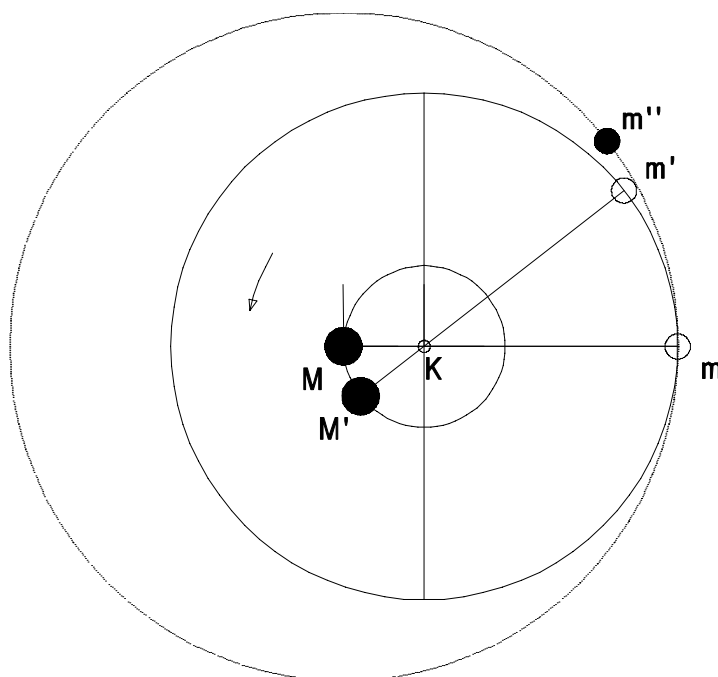


Fig. 17

che l'osservatore inerziale ancorato al baricentro K delle due masse vede applicate ad esse la forza

$$F = G \frac{M m}{d^2}. \quad (1.34)$$

Ciò comporta che possiamo scrivere le due ovvie equazioni che uguagliano la forza centrifuga, che manifesta un corpo che percorre una circonferenza, a quella, centripeta o gravitazionale, esplicitata tra le due masse e quindi abbiamo

$$M \frac{V_{KM}^2}{\frac{d}{M+m} m} = G \frac{M m}{d^2} \quad (1.35)$$

e

$$m \frac{V_{Km}^2}{\frac{d}{M+m} M} = G \frac{M m}{d^2}. \quad (1.36)$$

Da queste equazioni è possibile determinare le due velocità che hanno le due masse nel sistema di riferimento ancorato a K. Si ha cioè

$$V_{KM} = \sqrt{\frac{G m^2}{d(M + m)}} \quad (1.37)$$

e

$$V_{Km} = \sqrt{\frac{G M^2}{d(M + m)}} \quad (1.38)$$

Se, con le (1.37) e (1.38), si calcola il periodo di rivoluzione delle due masse intorno a K si trova, in entrambi i casi, che

$$T = \sqrt{\frac{4 \pi^2 d^3}{G M \left(1 + \frac{m}{M}\right)}} \quad (1.39)$$

Ciò detto è facile verificare che, nel Problema dei due Corpi, si ammette inoltre che, rispetto al sistema ancorato alla massa principale M, la velocità della massa secondaria m sia data dalla semplice somma delle precedenti ⁽³⁾ ed allora si ha

$$V_{Mm} = \sqrt{\frac{G M}{d} \left(1 + \frac{m}{M}\right)} \quad (1.40)$$

dalla quale si ricava di nuovo che il periodo di rivoluzione della massa m intorno ad M sarà ancora dato dalla relazione

$$T = \sqrt{\frac{4 \pi^2 d^3}{G M \left(1 + \frac{m}{M}\right)}} \quad (1.41)$$

In definitiva, come meglio si vedrà in seguito, il Sole viene considerato completamente fermo, rispetto alle stelle fisse, ed il moto che esso ha rispetto alle stesse, viene interamente attribuito e matematicamente sommato a quello della massa secondaria,

³ La relatività ristretta impone invece un'altra regola di composizione delle velocità. Da qui si potrebbe avere una nuova possibilità di relativizzare la teoria di Newton non prima di aver puntualizzato questioni fondamentali che investono addirittura la semplice ed intuitiva relatività galileiana. Infatti, com'è facile immaginare, anche in quest' ultimo caso, le masse hanno un ruolo fondamentale perché altamente selettivo. Se Galilei avesse conosciuto la massa m della nave e quella M della terra ferma (o meglio, i loro momenti d'inerzia), senza alcun esperimento, ma solo in base al Principio di Azione e Reazione ed alla Conservazione della quantità di moto, avrebbe potuto calcolare con assoluta precisione quanta della velocità relativa misurata tra la nave e la terraferma avrebbe dovuto attribuire all'una e all'altra per non invalidare inconfutabili Principi. Ma Egli non ne aveva alcuna contezza. Dalle considerazioni già fatte consegue che le formule di passaggio da un sistema di riferimento inerziale all'altro dovrebbero contenere il valore delle masse interagenti, cosa che, notoriamente, nelle trasformazioni galileiane manca del tutto (e non solo in esse), negando di fatto l'esistenza dei menzionati Principi ! E' chiaro dunque che qui non si tratta di poter discernere tra la quiete ed il moto assoluto di un corpo (idea medievale ancora sopravvissuta) che, inconsciamente, pretende l'esistenza di un'etere cosmico e quindi la presunta esistenza di un sistema privilegiato di riferimento, bensì di stabilire le aliquote del moto apparente o relativo che vanno invece legittimamente attribuite alle due o più masse interagenti e ciò in ossequio agli accennati Principi, altrimenti è inutile sforzarsi per concepirli. Che dunque il medievale etere esista o meno, sotto questo aspetto, non ha alcuna importanza. Anzi, se detto etere fosse una sorta di emanazione o di campo fisico delle masse stesse, dovrebbe, ovviamente, anch'esso comportarsi conformemente ai dettami di questi Principi che sono, in fondo, principi di carattere inerziale (conservazione dello stato di moto o di quiete). Da qui il Principio degli Assoluti Relativi. E' facile dunque capire come selezionare, tra gli infiniti sistemi inerziali, quello che stabilisce cosa è accaduto tra le due masse interagenti. Ma dove stanno le masse nelle equazioni di Maxwell e quale ruolo esse avrebbero in questo caso ?

moto che quest'ultima ha sempre rispetto alle stelle fisse o rispetto al sistema di riferimento ancorato al baricentro delle masse K.

Quindi l'osservatore ancorato al Sole attribuisce tutto il suo moto alla massa secondaria e si considera completamente in quiete. Potrebbe anche essere legittimo che l'osservatore ancorato al Sole possa considerarsi in quiete, ma ciò potrebbe essere lecito solo in assenza di stelle fisse, alle quali poi, in ultima analisi, occorre rifarsi e ciò a voler trascurare completamente l'innegabile accelerazione che egli comunque avverte e dalla quale non si potrà mai liberare.

Per evidenziare questa palese contraddizione facciamo il seguente ragionamento, basato proprio sulle equazioni di Newton.

Poniamo su di un'orbita circolare, di raggio d , una massa non trascurabile m' rispetto a quella centrale M . Essa allora, in base alla Teoria di Newton e cioè in base all'attuale Meccanica Celeste (MC), dovrà essere immessa sulla detta orbita con la velocità data dalla (1.40). Invece, nel caso in cui volessimo porre sulla stessa orbita una massa trascurabile, tale cioè che sia $m''/M=0$, quest'ultima dovrà ovviamente avere, stante sempre la (1.40), una velocità di rivoluzione pari a

$$V_{Mm''} = \sqrt{\frac{GM}{d}} \quad (1.42)$$

Riportiamo i risultati (1.40) e (1.42) su uno stesso grafico (Fig. 18).

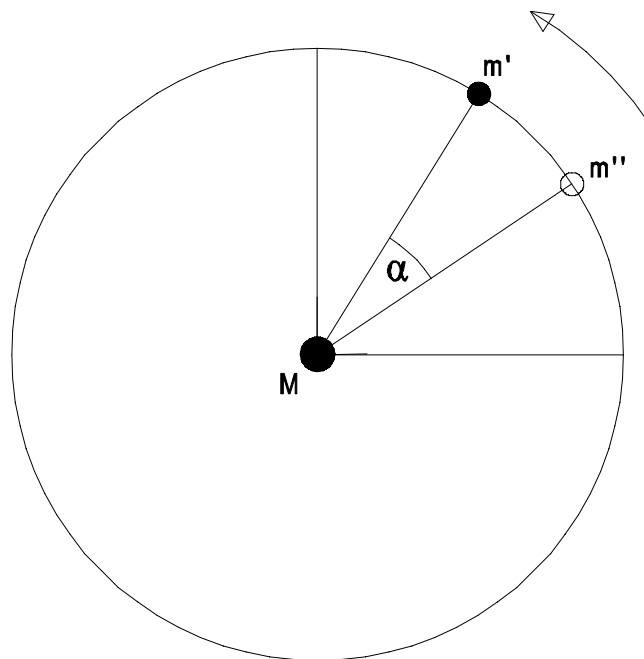


Fig. 18

Risulta evidente, essendo m' (1.40) più veloce di m'' (1.42) che, dopo una rivoluzione completa delle due masse intorno al Sole, nell'ipotesi che esse siano partite contemporaneamente dallo stesso punto, si troveranno in due posizioni diverse e tali che i relativi raggi vettore formeranno l'angolo α di Fig. 12.

Detto angolo può essere calcolato. La variazione della velocità orbitante rispetto alla variazione della massa m , derivando la (1.40), è data

$$\frac{dV_{mM}}{dm} \simeq \frac{\Delta V_{mM}}{\Delta m} = \frac{1}{2} \frac{1}{M+m} \sqrt{\frac{GM}{d} \left(1 + \frac{m}{M}\right)} \quad (1.43)$$

da cui segue che

$$\Delta V = \frac{1}{2} \frac{m}{M+m} \sqrt{\frac{GM}{d} \left(1 + \frac{m}{M}\right)}. \quad (1.44)$$

Ovviamente questo ragionamento è valido fin tanto che la massa m , sebbene non trascurabile rispetto ad M , sia comunque abbastanza piccola. Diversamente, per calcolare ΔV , occorre fare la semplice differenza tra i valori dati dalla (1.40) per i due valori delle masse. Con questa velocità in più che la massa m' , rispetto alla massa m'' , nel tempo T di rivoluzione (1.40), avrà percorso l'arco di lunghezza

$$s = \frac{1}{2} \frac{m}{M+m} \sqrt{\frac{GM}{d} \left(1 + \frac{m}{M}\right)} \sqrt{\frac{4\pi^2 d^3}{GM \left(1 + \frac{m}{M}\right)}} = \pi \frac{m}{M+m} d \quad (1.45)$$

e quindi l'angolo α della Fig. 12 sarà dato da

$$\alpha^{rad} = \frac{s}{d} = \pi \frac{m}{M+m} \Leftrightarrow \alpha^{\circ} = 180^{\circ} \frac{m}{M+m}, \quad (1.46)$$

angolo che è esattamente la metà di quello trovato con le semplici considerazioni geometriche precedenti (v. formula (1.11)). Si noti, ad esempio, che se si applica la (1.46) per la coppia Sole-Mercurio si ha un angolo pari a 44" al secolo e cioè proprio lo stesso angolo che la M.C. classica non riuscirebbe a spiegare.

Ma è rigoroso ciò che abbiamo ora dedotto o le cose stanno ben diversamente ?

In realtà, è facile convincersi che quest'angolo dato dalla (1.46) non è l'arco che percorre in più la massa m' rispetto ad m'' , ma è invece l'arco di rivoluzione che il Sole compie **intorno** alla massa secondaria m' , la quale lo costringe a spostarsi da M ad M' , trascinando, in questa rotazione, anche l'orbita che, istante per istante, la massa secondaria descrive intorno al Sole, così come si rileva dalla Fig. 19 .

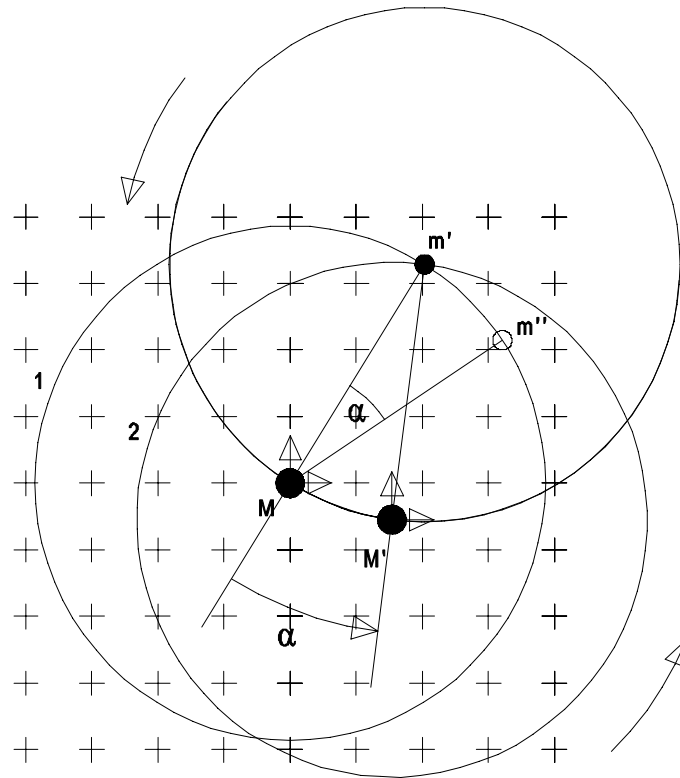


Fig. 19

Infatti, allorché la massa orbitante m è del tutto trascurabile rispetto a quella M del Sole, per quanto già detto in precedenza, quest'ultimo, ovviamente, non si muoverà affatto dalla sua posizione originaria M che ha rispetto alle stelle fisse (né, tanto meno, un accelerometro posto nel sistema di riferimento M denuncerà qualche accelerazione), e l'orbita descritta dalla massa secondaria sarà esattamente quella indicata col numero 1 della Fig. 19.

Si noti che, solo in questo unico caso, sia il sistema di riferimento *locale* ancorato ad M che quello solidale alle stelle fisse, troveranno gli stessi risultati; in tutti gli altri casi in cui non è più sostenibile l'ipotesi semplificatrice che la massa secondaria non è trascurabile rispetto a quella centrale, ci si deve attendere divergenze tra i risultati dei calcoli e i riscontri sperimentali.

Infatti, se la massa secondaria non è più trascurabile rispetto a quella centrale dobbiamo riconoscere che la massa M orbita anch'essa intorno alla massa secondaria e quindi quell'apparente ed illusorio avanzamento della massa m'' rispetto alla massa m' , rappresentato dall'angolo α di Fig. 18, è invece dovuto alla reale retrocessione della massa centrale M , rinculo o retrocessione reale, rappresenta in Fig. 19.

D'altra parte la costruzione della formula (1.40) è stata ottenuta proprio sommando le due velocità che hanno le due masse M ed m rispetto al sistema fisso (o inerziale) K (o alle stelle fisse) e quindi non dovremmo meravigliarci quando quella apparente velocità in più che ha la massa m rispetto a quella centrale va in realtà attribuita solo a quest'ultima.

Allora l'osservatore ancorato alla massa centrale M , data la sua innegabile rivoluzione intorno alla massa secondaria m' , non vede, in un certo istante, quest'ultima nella direzione M - m' (Fig. 14), che forma l'angolo Φ con l'asse delle ascisse del sistema

ancorato ad M, ma la vede nella direzione M'-m', che forma l'angolo β con l'ascissa del sistema di riferimento posto in M' (Fig. 20) e cioè tale che

$$\beta = \phi + \alpha. \quad (1.47)$$

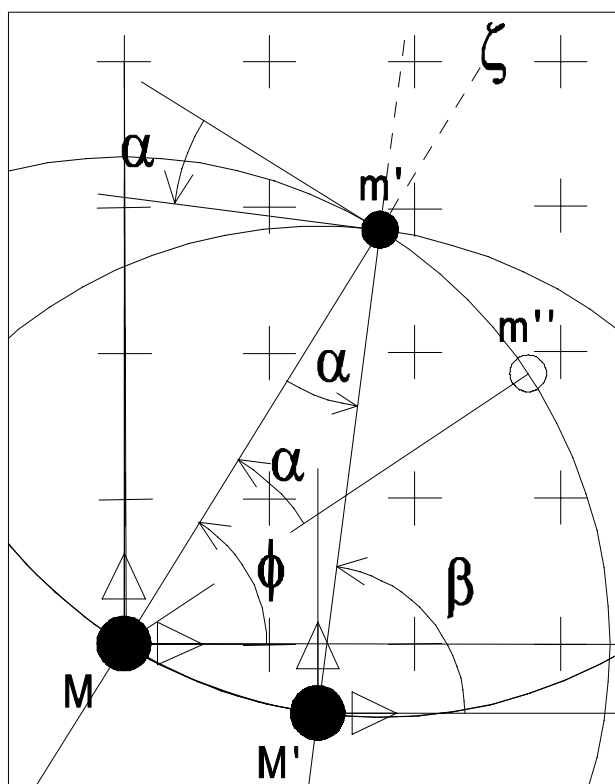


Fig. 20

Quindi si può dire che quando può porsi il rapporto m/M è rigorosamente uguale a zero, l'orbita percorsa intorno al Sole è quella indicata in fig. 11 col numero 1, viceversa essa è quella indicata col numero 2.

In più, e questo va sottolineato, solo quando la massa secondaria è veramente trascurabile rispetto a quella centrale c'è corrispondenza biunivoca tra il sistema di riferimento tradizionale della fisica teorica ancorato interamente alla massa centrale, e che chiameremo locale, e quello adottato da sempre in astronomia. Quando invece la massa periferica non è più trascurabile allora questa fondamentale, inconscia e presupposta identità viene meno inesorabilmente.

Per quanto dedurremo anche a proposito del **tempo siderale**, è opportuno rifare i calcoli in base ai quali siamo giunti alla (1.46) in altro modo. Consideriamo adesso la formula che ci consente di terminare il periodo di rivoluzione di m intorno ad M (nel sistema locale). Essa è

$$T = \sqrt{\frac{4 \pi^2 d^3}{G M \left(1 + \frac{m}{M}\right)}}. \quad (1.48)$$

Calcoliamo la variazione che subisce T in funzione della massa secondaria m. In definitiva si ha

$$\Delta T = -\frac{1}{2} \frac{m}{M+m} \sqrt{\frac{4\pi^2 d^3}{GM \left(1 + \frac{m}{M}\right)}} = -\frac{1}{2} \frac{m}{M+m} T. \quad (1.49)$$

Dunque la massa m' impiegherà, rispetto a quella trascurabile m'', un tempo minore per giungere in m', pari a

$$|\Delta T| = \frac{1}{2} \frac{m}{M+m} T. \quad (1.50)$$

In questo tempo, possedendo una velocità pari a

$$V_{Mm} = \sqrt{\frac{GM}{d} \left(1 + \frac{m}{M}\right)} \quad (1.51)$$

percorrerà, rispetto alla massa m', ancora un arco di lunghezza

$$l = \frac{1}{2} \frac{m}{M+m} \sqrt{\frac{4\pi^2 d^3}{GM \left(1 + \frac{m}{M}\right)}} \sqrt{\frac{GM}{d} \left(1 + \frac{m}{M}\right)} = \pi \frac{m}{M+m} d \quad (1.52)$$

dal quale si ha di nuovo che

$$\alpha = \pi \frac{m}{M+m}. \quad (1.53)$$

Ma il lasso di tempo dato dalla (1.53) dovrebbe invece essere attribuito a quello impiegato dalla massa centrale M per percorrere la sua parziale rivoluzione intorno ad m, solo apparentemente impiegato da m'' a descrivere l'angolo α .

3 - Il periodo siderale

Anche il periodo di rivoluzione siderale o tempo di rivoluzione di un pianeta, grandezza fondamentale per l'astronomia, viene ad essere modificato. Tenendo presente la fig. 14, abbiamo quanto segue. Supponiamo che, al tempo $t=0$, la massa centrale occupi la posizione M e quella periferica la posizione m' della detta figura. In questo istante queste due masse intercettano sulla volta celeste la stella ζ . Trascorso il tempo T , l'osservatore ancorato ad M , pensandosi immobile rispetto alle stelle fisse, non intercetterà più ζ ma una stella che sta più avanti di quest'ultima di un angolo pari ad α . Invece se egli rileverà il tempo durante il quale la massa m si riallinea con ζ misurerà, stante Newton, solo il tempo di rivoluzione che impiega la massa m a girare intorno ad M (fig. 7). Quindi attribuirà al tempo di rivoluzione un valore leggermente più piccolo del tempo di rivoluzione totale.

E' vero che, indipendentemente dalle intenzioni dell'osservatore ancorato ad M , la massa centrale comunque si muoverà in modo da intercettare la stella ζ , ma se la massa centrale è il Sole, quest'ultimo sarà anche dotato di altri movimenti che gli impongono gli altri pianeti e soprattutto Giove. Se d'altra parte, nel Problema degli enne Corpi, si determinano le deformazioni che subiscono le varie orbite kepleriane, ottenute sempre pensando il Sole fisso, i risultati possono essere molto discutibili (vedi perielio di Mercurio e quanto diremo soprattutto a proposito della precessione lunisolare).

Accennato appena questo argomento sul quale ritorneremo tra breve, diciamo che se, in base alla (1.46) o (1.53), calcoliamo gli spostamenti del Sole provocati da ogni singolo pianeta abbiamo la Tabella (1.54), che va confrontata con la Tabella (1.32).

<i>Pianeta</i>	$\frac{m}{M+m}$	<i>Periodo anni</i>	<i>Arco solare in cento anni</i>	T_{SP} <i>Rivoluzione solare di 360° Anni platonici</i>
<i>Mercurio</i>	1.65×10^{-7}	0.24	<u>44.42</u>	2 917 604
<i>Venere</i>	2.45×10^{-6}	0.62	257.97	502 384
<i>Terra</i>	3.00×10^{-6}	1.00	<u>194.69</u>	665 674
<i>Marte</i>	3.24×10^{-7}	1.88	11.17	11 602 507
<i>Giove</i>	9.53×10^{-4}	11.86	<u>5 206.33</u>	<u>24 893</u>
<i>Saturno</i>	2.85×10^{-4}	29.46	627.63	206 491
<i>Urano</i>	4.36×10^{-5}	84.01	33.62	3 854 848
<i>Nettuno</i>	5.29×10^{-5}	164.8	20.80	6 230 769
<i>Plutone</i>	4.97×10^{-9}	247.7	0.00	∞

(1.54)

In questa tabella è stato evidenziato l'apparente avanzamento del perielio di Mercurio che troverebbe così una sua giustificazione anche fisica, dovuta ad una reale retrocessione del Sole provocata dalla massa del pianeta. In effetti, secondo questa versione, è il pianeta Mercurio che spinge il Sole verso il punto γ di 44'' e non il perielio che avanza. In più, cosa di gran lunga più importante, ma riconducibile allo stesso identico effetto, sono stati evidenziati, la retrocessione del Sole causata da Giove e dalla Terra, spostamenti del Sole

verso lo stesso punto provocati da questi due pianeti. Se si fa la differenza tra questi due ultimi valori si trova

$$5206.33 - 194.69 = 5011''/\text{secolo} \Leftrightarrow 50.11''/\text{anno} \quad (1.55)$$

quantità che è incredibilmente e praticamente coincidente col valore sperimentale (1900) di 50.25'' all'anno della precessione lunisolare ! Con ciò l'anno platonico sarebbe dato

$$\text{anno platonico} = \frac{360^\circ \times 3600}{50.11} = 25\,863 \text{ anni} \quad (1.56)$$

contro il valore di

$$\text{anno platonico} = \frac{360^\circ \times 3600}{50.25} = 25\,791 \text{ anni} \quad (1.57)$$

Prima di affrontare il problema della precessione riesaminiamo ancora una volta il fondamentale problema dei due corpi perché ci consentirà anche di approfondire quanto appena accennato sul tempo siderale o di rivoluzione della massa periferica intorno a quella centrale e ciò perché questi due argomenti sono intimamente collegati tra loro.

4 – Su una nuova soluzione del Problema dei due Corpi

Analizziamo con più accuratezza questo fondamentale problema che sta alla base della odierna teoria delle perturbazioni planetarie, riprendendo la soluzione data da Newton, tutt'ora indiscussa ed unanimemente accettata.

Egli, come già accennato, parte dal presupposto che le due masse M ed m orbitano intorno al baricentro K e descrivono le due circonferenze tracciate nella seguente Fig. 21, in modo più marcato, cosa ovviamente indiscutibile, se si ammette, per il momento, l'istantaneità dell'azione gravitazionale.

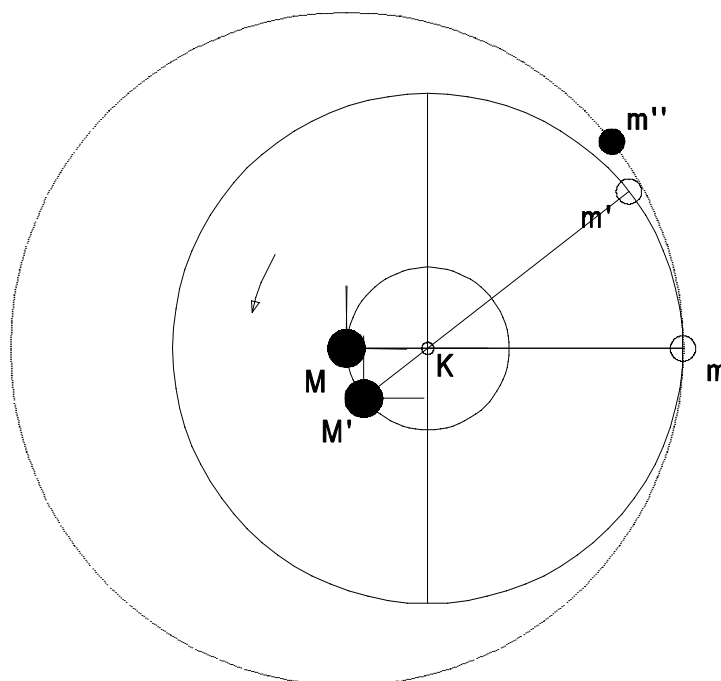


Fig. 21

Quindi, rispetto al sistema inerziale ancorato a K , la massa M descriverà l'orbita di raggio $M-K$ e quella m di raggio $K-m$. In più si ammette, sempre con Newton, che, rispetto al sistema locale ancorato alla massa centrale M , la massa secondaria m non descriverà più l'orbita d'arco $m-m'$ e di raggio $K-m$, bensì l'orbita più grande (fig. 21), d'arco $m-m''$ e di raggio $M-m$ intorno alla massa M , quest'ultima pensata assolutamente fissa. È facile vedere che la lunghezza di quest'ultima circonferenza è esattamente uguale alla somma delle lunghezze delle due circonferenze descritte dalle due masse intorno a K . Ed è la prima volta che, passando da un sistema di riferimento ad un altro, cambia la lunghezza di un percorso eseguito da un corpo, lunghezza che invece dovrebbe essere assolutamente ed ovviamente invariabile. Ciò equivarrebbe a dire, trasferendo questo fatto in geometria, che le superfici e i volumi dei solidi cambiano a seconda del sistema di riferimento.

Ovviamente ci limitiamo a dire, per questioni di brevità, che quanto qui rimarcato in maniera piuttosto elementare può essere sottolineato anche quando si usa il linguaggio analitico rigoroso che si adotta in tutti i trattati di Meccanica Celeste, nel momento in cui scrivono le equazioni differenziali del moto dei due corpi. In merito, per lo studioso di Meccanica Celeste, sarà facile individuare quando, con il detto formalismo matematico, si passa dal sistema di riferimento fisso (ed inerziale), esterno alle due masse (ed in tal caso si dimostra, in maniera ineccepibile, il fondamentale Principio secondo il quale il baricentro

K è o anch'esso fisso o è dotato di moto rettilineo ed uniforme (⁴)), al momento in cui ci si colloca nel sistema di riferimento ancorato alla massa centrale M e si formula implicitamente ed inconsciamente che l'orbita in tal caso è diversa etc. etc.. In proposito si possono consultare tutti gli innumerevoli trattati di Meccanica Celeste. Il Lettore italiano può, ad esempio, consultare il trattato dell'astronomo Zagar [6, pag. 311 e seguenti]. In merito, saremo più precisi nel § 8.

E', per contro, evidente che anche nel sistema di riferimento ancorato ad M il percorso descritto dalla massa m sarà sempre comunque e solamente la circonferenza di raggio K-m ed arco m-m' e non quella indicata da Newton ed accettata dalla odierna Meccanica Celeste !

Inoltre, nel passaggio dal sistema K a quello M, si pensa completamente **nulla** la massa secondaria m e si considera la massa centrale non più uguale ad M ma la si pone pari ad M+m.

Con questo semplice artificio newtoniano (⁵) ci troviamo di nuovo di fronte ad una massa secondaria m completamente trascurabile e che quindi non può più spostare quella centrale, mentre quest'ultima diventa più grande e pari ad M+m. Con ciò ingiustificatamente si costringe il baricentro di queste due masse a coincidere con il centro del Sole al solo scopo ricadere nel primo problema affrontato da Newton nei **Principia**, che consiste appunto nello studiare le possibili orbite descritte da un corpuscolo intorno ad un centro assolutamente fisso secondo la nota legge dell'inverso del quadrato delle distanze. Ed in questo solo e specifico caso Egli, magistralmente, dimostra che dall'ipotesi di una forza gravitazionale inversamente proporzionale al quadrato della distanza discendono le sezioni coniche ed, in particolare, le ellissi sperimentali di Keplero. Ed è appunto l'uso di questo artificio il motivo per il quale anche l'osservatore non inerziale ancorato alla massa M ritrova di nuovo la legge dell'inverso del quadrato della distanza.

4 Questo Principio è talmente importante che da esso è immediatamente ricavabile la famosa formula $E=mc^2$ e ciò indipendentemente dalla Relatività Ristretta. Cerchiamo di imitare la dimostrazione che in proposito fece Einstein. Dato che la radiazione elettromagnetica esercita su una qualsiasi superficie una pressione, uno sperimentatore all'interno di un sistema isolato, disponendo di una sorgente luminosa e di una superficie riflettente, potrebbe, sfruttando appunto questa pressione, accelerare continuamente detto laboratorio, dall'interno dello stesso (sappiamo invece che se ci muoviamo all'interno di una barca, non riusciamo a fare ciò). Infatti, nel momento in cui la radiazione colpisce una parete del laboratorio, esercitando solo una pressione, accelererebbe, in base al II° Principio della Dinamica, il laboratorio stesso continuamente, violando sia il Principio secondo il quale il baricentro di un sistema isolato è fermo o è dotato di moto rettilineo ed uniforme e ciò in base al I° Principio della Dinamica e violando anche il Principio di Conservazione dell'Energia. Affinché dunque tutti questi Principi vengano giustamente rispettati anche in questo caso specifico, occorre riconoscere che l'energia elettromagnetica, oltre ad esercitare una innegabile pressione, ha anche una massa inerziale, in modo tale che, quando essa rimbalza sulla superficie riflettente e colpisce l'altra parete riesce a decelerare il laboratorio allo stesso modo della barca citata prima e quindi, mediamente, il baricentro del laboratorio stesso rispetta i detti principi. Ora la pressione è data da

$$p = \frac{F}{A} = \frac{E}{V}$$

ossia è data da una forza sull'unità di superficie oppure è data da un'energia sull'unità di volume. Da questa relazione si ricaverebbe che

$$E = \frac{F}{A} V = F s = m a s = m v^2 = m C^2 .$$

Questa nostra dimostrazione, che ha il forte sapore di una semplice verifica dimensionale dell'energia con la quale non è quindi possibile determinare anche i coefficienti numerici di una formula, è riconducibile, come già detto, ad un famoso ragionamento fatto in proposito proprio da Einstein, per dimostrare che la detta relazione si otteneva anche indipendentemente dalla teoria della relatività ristretta. Si giunge invece allo stesso risultato se si ricorda semplicemente che l'energia elettromagnetica totale non polarizzata è mediante esattamente il doppio della classica energia cinetica o inerziale.

5 Che letteralmente infrange il Principio dello stato di quiete o di moto rettilineo ed uniforme del reale baricentro K.

Tutto questo comporta che i risultati analitici, che, come più volte sottolineato, considerano il Sole assolutamente fisso, non coincidono più con la realtà sperimentale ancorata invece al sistema di riferimento delle stelle fisse perché il Sole, in questo cruciale sistema di riferimento, non potrà mai essere considerato tale in quanto le masse planetarie, seppur modeste, non saranno mai nulle. Nasce quindi il problema di adattare i risultati teorici, ottenuti con la detta tacita ed inconscia ipotesi gratuita, di dover tradurre questi ultimi in una realtà che è difforme dal detto implicito e tacito postulato.

In definitiva, non si può ammettere, da un lato, che il Sole si muove intorno al baricentro dell'intero sistema solare e poi, negli sviluppi analitici, negare questa realtà. L'esempio dell'orbita circolare percorsa da due masse, l'una trascurabile e l'altra non, in base al quale abbiamo dedotto gli spostamenti della massa solare riportati nella Tabella (1.54), denuncia appunto la scollatura e la pesante contraddizione che esiste tra i risultati teorici derivanti da certi tipi di riferimento che possono essere definiti *locali* con il sistema di riferimento globale costituito dalle stelle fisse. Divergenza di risultati che non esiste, come già detto, solo quando la massa orbitante è trascurabile rispetto a quella centrale. E quindi si potrebbe inferire che la legge dell'inverso del quadrato della distanza va bene solo quando si può porre $m/M=0$, ipotesi invece ritenuta veritiera dagli astronomi sempre nella stragrande e diversa maggioranza dei casi [2].

Se invece riconosciamo che anche nel sistema ancorato ad M, la massa m continuerà a descrivere la sua reale orbita m-m', allora sorge il problema di stabilire con quale legge gravitazionale la detta massa descriverà l'orbita reale rispetto al sistema ancorato ad M, ancora una volta, considerato fisso. Successivamente a questa fase, ancora transitoria, è poi indispensabile traslare questi risultati nel riferimento ancorato alle stelle fisse, unico ed insostituibile scenario con il quali occorre poi, in definitiva, fare i confronti.

Per affrontare questo problema ed una sua plausibile soluzione, incominciamo con l'imporre che, anche nel sistema ancorato ad M, la massa m dovrà descrivere ovviamente la sua reale orbita. Se in questo caso, ammettiamo inoltre e solo momentaneamente, con Newton, che il sistema ancorato al Sole è ancora fisso in M (Fig. 21), vediamo subito che la legge di forza alla quale viene ad essere soggetta la massa m non è più inversamente proporzionale al quadrato della distanza ma è del tipo

$$F = \frac{Cost}{d^x}, \quad (1.58)$$

dove l'esponente x dipende dalla distanza di M da K. Per esempio, quando M sta proprio sulla circonferenza di raggio K-m=d, allora si ha notoriamente che [v. **Principia** oppure [5]]

$$F = \frac{Cost}{d^5}. \quad (1.59)$$

E' dunque evidente, dato che M si trova invece alla distanza

$$\overline{KM} = \frac{m}{M+m}d \quad (1.60)$$

da K, che l'esponente della (1.58) dipenderà appunto da quest'ultima e non sarà mai uguale a due. Tutto questo è ovviamente ancora una conseguenza dell'ipotesi provvisoria che il Sole sia fisso in M.

Invece sappiamo che la massa centrale M si muove sulla circonferenza di raggio K-M.

In merito si può allora semplicemente pensare che l'orbita teorica ⁽⁶⁾ di Newton (che non è altro che la circonferenza di raggio M-m=d), per essere conforme al sistema di riferimento fondamentale costituito dalle stelle fisse e quindi coincidere continuamente con l'orbita reale m-m', può rotolare su quest'ultima, così come riportato in Fig. 22, anche se questa è, come vedremo, una soluzione più precisa, ma non completamente rigorosa.

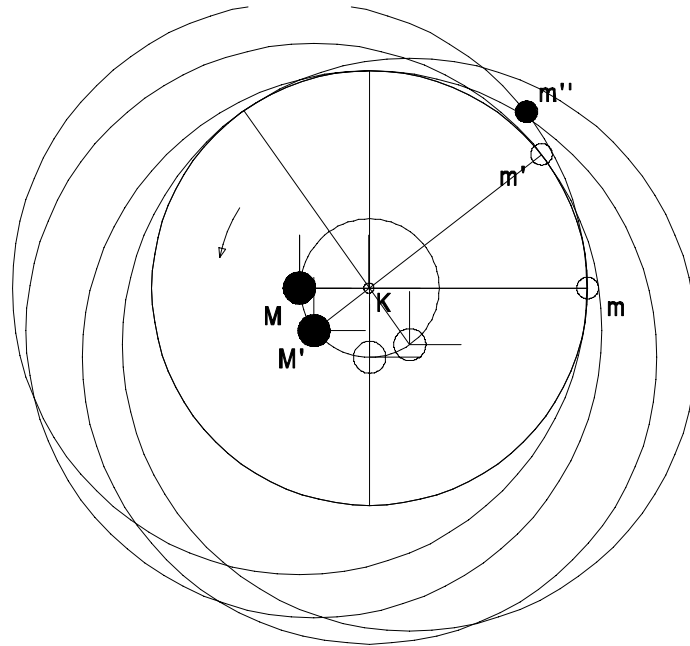


Fig. 22

Con questa operazione di rotolamento dell'orbita di Newton su quella reale, il centro istantaneo dell'orbita di Newton descriverà, non proprio correttamente, anche il movimento della massa centrale rispetto al sistema ancorato alle stelle fisse e quindi sarà, grosso modo, questa volta rispettato il Principio della quiete o del moto rettilineo ed uniforme del baricentro K.

Ma è facile rilevare che se si procede con questa operazione la trascurabile massa m'' di Newton non coinciderà mai esattamente, istante per istante e cioè nell'intervallo T, con la massa reale m' in quanto quest'ultima ha una velocità leggermente più piccola della prima.

Infatti, la velocità di m', rispetto a K, è data

$$V_{Km} = \sqrt{\frac{GM}{d\left(1+\frac{m}{M}\right)}} \approx \sqrt{\frac{GM}{d}\left(1-\frac{m}{M}\right)} \approx \sqrt{\frac{GM}{d}\left(1-\frac{1}{2}\frac{m}{M}\right)} + \dots + \quad (1.61)$$

e quindi

⁶ Ricavata cioè nel sistema di riferimento locale M.

$$V_{Km} \approx \sqrt{\frac{GM}{d}} - \frac{1}{2} \frac{m}{M} \sqrt{\frac{GM}{d}} + \dots + . \quad (1.62)$$

Invece la velocità di m rispetto al sistema fisso ancorato a M è data da

$$V_{Mm} = \sqrt{\frac{GM}{d} \left(1 + \frac{m}{M}\right)} \approx \sqrt{\frac{GM}{d}} + \frac{1}{2} \frac{m}{M} \sqrt{\frac{GM}{d}} + \dots + . \quad (1.63)$$

Dal confronto di queste due ultime formule si vede che la velocità della massa fittizia secondaria di Newton (1.63) è maggiore della velocità della massa reale ⁽⁷⁾ (1.62) e quindi se si rotola continuamente l'orbita di Newton sull'orbita reale non si ha mai che il punto di contatto tra le due circonferenze coincide, istante per istante, con la posizione che m assume sull'orbita reale ed in più, dopo il periodo di tempo pari a T ⁽⁸⁾, la massa secondaria di Newton non occuperà più la comune posizione di partenza delle due masse ma starà leggermente più avanti.

Infatti, la differenza di velocità tra la (1.63) e (1.62) è pari a

$$\Delta v_m \approx + \frac{m}{M} \sqrt{\frac{GM}{d}} + \dots + . \quad (1.64)$$

Con questa velocità in più la massa fittizia, dopo un periodo di rotolamento pari a T

$$T = \sqrt{\frac{4\pi^2 d^3}{GM \left(1 + \frac{m}{M}\right)}} \approx \sqrt{\frac{4\pi^2 d^3}{GM} \left(1 - \frac{m}{M}\right)} \approx \sqrt{\frac{4\pi^2 d^3}{GM}} - \frac{1}{2} \frac{m}{M} \sqrt{\frac{4\pi^2 d^3}{GM}} + \dots + (1.65)$$

avrà percorso un arco

$$\Delta l \approx + \frac{m}{M} \sqrt{\frac{GM}{d}} \left(\sqrt{\frac{4\pi^2 d^3}{GM}} - \frac{1}{2} \frac{m}{M} \sqrt{\frac{4\pi^2 d^3}{GM}} \right) + \dots + \quad (1.66)$$

oppure

$$\Delta l \approx 2\pi \frac{m}{M} d - \pi \left(\frac{m}{M} \right)^2 d + \dots + \quad (1.67)$$

Poiché il rapporto m/M è sempre molto piccolo a maggior ragione lo sarà il quadrato di questa quantità e quindi, in definitiva, si avrà che l'angolo di anticipo della massa fittizia m' rispetto a quella reale m sarà pari a

$$\alpha^{rad} \approx 2\pi \frac{m}{M} \equiv \alpha^\circ = 360^\circ \frac{m}{M} + \dots + \quad (1.68)$$

⁷ Quella cioè che ha la massa m rispetto al baricentro K o al sistema di riferimento delle stelle fisse.

⁸ Nell'ipotesi che il tempo di rivoluzione sia quello rilevato dall'osservatore ancorato a K, cosa rigorosa a dirsi ma impossibile a realizzarsi.

valore che è praticamente coincidente con l'angolo di rivoluzione reciproca della massa centrale già trovato con le semplici considerazioni di carattere geometrico (v. formula (1.4)) e cioè

$$\alpha^{rad} = 2\pi \frac{m}{M+m} \simeq 2\pi \frac{m}{M} \equiv \alpha^\circ = 360^\circ \frac{m}{M}. \quad (1.69)$$

Dunque, se rotoliamo l'orbita di Newton, senza slittamento alcuno, sull'orbita reale, non solo abbiamo che non ci sarà coincidenza istantanea tra il punto di contatto delle due circonferenze ma otteniamo anche che, dopo un periodo T, il punto di contatto tra le due circonferenze non coinciderà mai con il punto di partenza m (Fig. 11), ma starà più avanti di quest'ultimo dell'angolo dato dalla (1.53). Quest'ultimo fatto, che potrebbe apparire un insormontabile problema è, come subito vedremo, solo un falso enigma.

Per renderci conto di quest'ultima affermazione abbandoniamo, per un momento, i risultati che abbiamo avuto con la teoria di Newton e ritorniamo a semplici considerazioni di carattere geometrico. Supponiamo che al tempo t=0 le due masse M ed m occupino la posizione indicata in Fig. 23. E' facile vedere che possiamo anche rotolare la circonferenza interna su quella esterna,

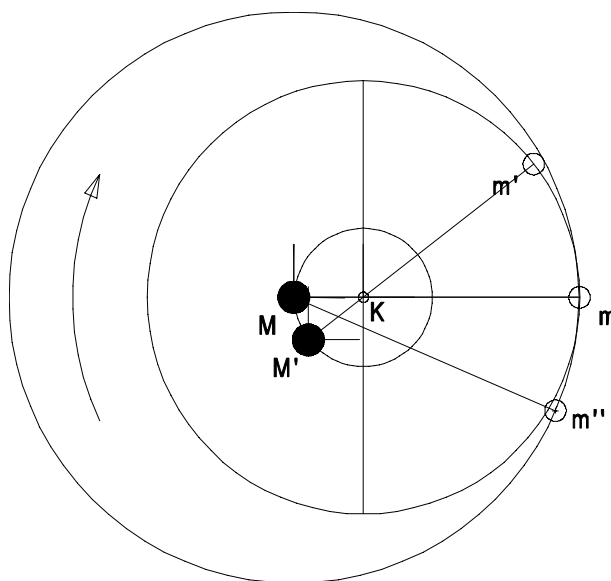


Fig 23

così come indicato nel disegno, ed allora il variabile punto di contatto tra le stesse coinciderà con la posizione istantanea che assume m' sulla circonferenza di raggio K-m.

E' però del tutto evidente che, trascorso il tempo T di rivoluzione misurato da K (ricordando che la massa m, rispetto a K, nel tempo T, percorre l'intera circonferenza di raggio K-m), il punto di contatto tra le due circonferenze non riprenderà più la posizione di partenza m bensì la posizione m''. Si verifica cioè una innegabile ed ineliminabile retrogradazione.

Infatti è semplice verificare che, distendendo la lunghezza della circonferenza di raggio K-m su quella più grande di raggio M-m, andremo ad individuare il m'' tale che m''-m ha una lunghezza pari a

$$m - m'' = 2\pi d - 2\pi \frac{M}{M+m} d = 2\pi d \frac{m}{M+m} \quad (1.70)$$

e quindi l'angolo $m''Mm$ è pari a

$$m''Mm = \alpha = 2\pi \frac{m}{M+m} \equiv 360^\circ \frac{m}{M+m}. \quad (1.71)$$

In conseguenza di ciò, anche i tempi di rivoluzione misurati dai due osservatori sarà diverso. Infatti la completa rivoluzione della massa secondaria intorno a quella principale, per K, sarà determinata nel momento in cui il punto di contatto delle dette circonferenze riassumerà la posizione di partenza m mentre, per l'osservatore M, questo istante finale sarà determinato quando il detto punto di contatto starà in m'' .

Viceversa, se distendiamo l'intera lunghezza della circonferenza più grande su quella più piccola avremo che il punto m'' avrà oltrepassato il punto iniziale m di un angolo sempre dato dalla (1.71) e quindi c'è invece un avanzamento. Se, in quest'ultimo caso, definiamo come tempo di rivoluzione T quello misurato dall'osservatore inerziale K, l'osservatore non inerziale M, che rileva un avanzamento del punto di contatto, troverà che quest'ultimo coinciderà col punto di partenza m solo dopo un tempo leggermente inferiore a quello rilevato da K e tale che la differenza è pari a

$$\Delta T = \frac{m}{M} T. \quad (1.72)$$

Infatti, abbiamo già visto che, nel tempo T , la massa m rivoluziona intorno ad M di un angolo

$$\alpha = 360^\circ \frac{M}{M+m} \quad (1.73)$$

quindi avremo che il tempo per descrivere l'angolo dato dalla (1.71) è deducibile dalla semplice proporzione

$$T : 360^\circ \frac{M}{M+m} = \Delta T : 360^\circ \frac{m}{M+m}, \quad (1.74)$$

da cui discende la (1.72). Quindi dato che nel sistema M la massa m ha una velocità angolare pari a

$$\phi_{Mm} = \frac{360^\circ}{T} \frac{M}{M+m}, \quad (1.75)$$

moltiplicando quest'ultima per il detto tempo ΔT , si ottiene l'angolo dato dalla (1.71).

Il problema appena esposto, se ovviamente non è esente da errori, richiederebbe un sostanziale ripensamento su questi elementi cardine della Meccanica Celeste.

Come si vede da questa semplice analisi, i due sistemi di riferimento K ed M, sono tra di loro completamente incommensurabili nel senso che essi non daranno mai gli stessi coincidenti risultati eccetto che per il caso, molto banale, in cui la massa m sia completamente trascurabile rispetto a quella centrale. Se si dà priorità al sistema di riferimento inerziale K e quindi si rotola la circonferenza esterna su quella interna,

l'osservatore solidale ad M trova un avanzamento dell'orbita descritta dalla massa secondaria. Viceversa, si trova una retrogradazione. Questa però non è affatto una insolubile ambiguità della fisica in quanto essa non ha mai preteso che le leggi che regolano l'Universo siano le stesse tra due sistemi di riferimento l'uno inerziale K e l'altro, non inerziale M, cosa che invece avviene con il noto procedimento della Meccanica Celeste.

Per trovare la legge fisica nel caso in cui si dia priorità all'uno o all'altro dei due osservatori ci viene ancora incontro l'insuperabile Newton, e la questione è veramente cruciale. Infatti Egli, nella sua intramontabile opera, tra i tanti problemi che risolve, affronta un problema *significativamente* del tutto analogo.

Newton sapeva benissimo che i perieli dei pianeti (e soprattutto il perigeo lunare (guarda caso ⁹)) avanzano sensibilmente nel senso di rivoluzione del pianeta stesso. In effetti, le orbite planetarie non hanno l'asse maggiore sempre fisso nello spazio, così come vorrebbe la legge dell'inverso del quadrato della distanza, ma quest'asse ruota, *con variabile velocità angolare*, nel senso di rivoluzione del pianeta stesso, descrivendo l'orbita a rosetta di Fig. 24.

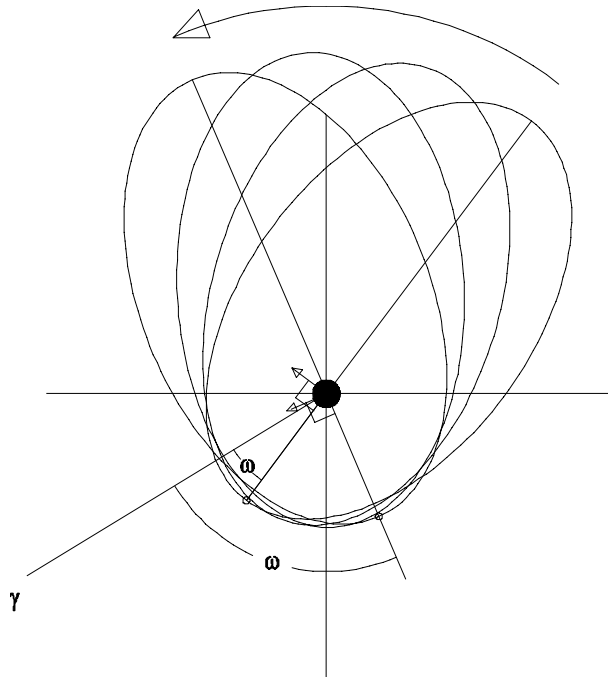


Fig. 24

Newton si chiese allora quale legge gravitazionale possa descrivere questo tipo di orbite. Nella Sua opera omnia troviamo, con una deduzione analitica veramente impareggiabile, che l'esponente della relazione

$$F = \frac{Cost}{d^x} \quad (1.76)$$

è dato dalla seguente formula

⁹ Abbiamo già visto che per il sistema binario Terra-Luna il rapporto m/M è il massimo che si possa riscontrare nel sistema solare

$$x = 3 - \left(\frac{360^\circ}{360^\circ + \alpha^\circ} \right)^2 \equiv 3 - \left(\frac{2\pi}{2\pi + \alpha^{rad}} \right)^2, \quad (1.77)$$

dove α è l'avanzamento o la retrogradazione dell'orbita su un periodo completo di rivoluzione T . Dalla (1.77) si deduce che se $\alpha=0$, l'esponente della (1.76) è esattamente pari a 2. Se c'è un avanzamento è maggiore di 2 mentre, nel caso di una retrocessione, si avrà un esponente minore di 2. E', in proposito, il caso di ricordare che Newton si accorse che per poter dar conto del moto del perigeo lunare (v. Fig. 24), che denuncia il massimo spostamento in avanti di tutto il sistema solare, avrebbe dovuto scrivere la formula

$$F = G \frac{M m}{d^{2.01646}} \quad (1.78)$$

e pensò che questa vistosa discrepanza potesse essere ricondotta tutta all'azione del Sole sull'orbita lunare. Poiché non aveva a disposizione altri effetti ai quali attribuire una concausa, optò per un esponente di d pari esattamente a 2, ma non riuscì mai a dimostrare che la differenza pari a 0.01646 fosse interamente attribuibile all'azione del Sole. Anzi Newton riuscì ad attribuire al Sole solo la metà di questa discrepanza, ma non si fece scrupolo di raddoppiare il suo risultato teorico, truccando palesemente i risultati. Non è questo un biasimevole comportamento da parte di cotanto Maestro; Egli forse pensava che Altri avrebbero risolto questo per niente marginale problema, che riemerge, dopo tanto tempo, proprio a proposito dell'avanzamento del perielio di Mercurio.

Questo è, a nostro avviso, il punto più importante e *significativo* dei **Principia** che impensieri, fino alla sua morte, sia Newton che l'editore della II° edizione di questo capolavoro Roger Cotes, il quale tenne a ben precisare, nella sua prefazione, ed in merito a questa fondamentale questione, che nei **Principia** veniva dimostrato che questa sensibile deviazione era tutta attribuibile alla sola azione del Sole. Anche quanto, molto più tardi, Newton si dedicò a questo problema non riuscì a risolverlo. E se non ci è riuscito Lui è certamente dovuto al fatto che la causa di questa deficienza trova forse la sua spiegazione nel trascurato ruolo che hanno in proposito le masse orbitanti, così come stiamo vedendo.

Giungiamo a metà del '700 e questa irrisolta problematica esplose di nuovo. Clamorosamente il matematico francese Clairaut (1747) afferma che la teoria gravitazionale di Newton non riesce a spiegare (cosa già nota) l'intero *avanzamento* del perigeo lunare (osserviamo, come già accennato, che c'è una innegabile ed evidente similitudine tra questa antica problematica e quella relativa all'altrettanto *inesplicabile* avanzamento del perielio di Mercurio) ed ipotizza in merito l'esistenza di una forza correttiva della legge gravitazionale.

Poi, altrettanto clamorosamente, Clairaut annuncia di essere riuscito a risolvere questa problematica (superando la magistrale abilità matematica dell'Insuperabile Newton ?) riconducendo tutto alla nota legge gravitazionale. Affronteremo lo studio di questa nota di Clairaut in un successivo lavoro, ma diciamo subito che questa problematica non è riconducibile a difficoltà di carattere squisitamente matematico dell'ancora irrisolta soluzione del Problema dei Tre Corpi, bensì appunto alle presenti critiche rivolte alla base della M.C. e cioè all'antico, fisico e non matematico Problema dei due Corpi.

Ciò accennato, se applichiamo uno spin o un avanzamento o rotolamento all'orbita di Newton di un angolo pari a

$$\alpha = \pi \frac{m}{M + m} \quad (1.79)$$

abbiamo, dalla (1.77), che l'esponente della (1.76) è pari a

$$x = 3 - \left(\frac{1}{1 + \frac{1}{2} \frac{m}{M + m}} \right)^2 \approx 3 - \left(1 - \frac{1}{2} \frac{m}{M + m} \right)^2 \approx 2 + \frac{m}{M + m} \quad (1.80)$$

e quindi la legge, nel sistema fisso di riferimento M, sarebbe data da ⁽¹⁰⁾ una relazione del tipo

$$F \approx G \frac{M m}{d^{2 + \frac{m}{M+m}}} \approx G \frac{M m}{d^{2 + \frac{m}{M}}} \quad (1.81)$$

la quale produce un apparente avanzamento del perielio di ogni massa secondaria dovuto al reale rinculo del Sole in conformità di quanto discende dalla tabella (1.54). Nel caso del perigeo lunare essa diventa

$$F \approx G \frac{M m}{d^{2 + \frac{1}{81.3}}} = G \frac{M m}{d^{2,012300}} \quad (1.82)$$

e lascia all'azione del Sole e di tutti gli altri pianeti solo 0.00416.

Nel caso invece in cui si voglia imporre non solo il detto rotolamento ma che ci sia anche coincidenza istantanea tra il punto di contatto tra le due circonferenze e la posizione che assume la massa m sulla sua orbita reale allora il detto avanzamento (o retrogradazione) raddoppia (Formule (1.4) e (1.5)). Se, in quest'ultimo caso, si dà priorità all'osservatore K allora l'orbita rispetto ad M va a rotolarsi su quella più piccola e si ha un avanzamento. In tal caso si ottiene

$$F \approx G \frac{M m}{d^{2 \left(1 + \frac{m}{M+m} \right)}} \approx G \frac{M m}{d^{2 \left(1 + \frac{m}{M} \right)}}, \quad (1.83)$$

viceversa si ha

$$F \approx G \frac{M m}{d^{2 \left(1 - \frac{m}{M+m} \right)}} \approx G \frac{M m}{d^{2 \left(1 - \frac{m}{M} \right)}}. \quad (1.84)$$

¹⁰ La (1.81) coincide, nel caso di Mercurio, con quella proposta dall'astronomo Asaph Hall per risolvere il problema del perielio di Mercurio. Infatti Egli propose di assumere, senza giustificazione alcuna, come esponente di d il numero fisso 2.00000016. E se si fa il rapporto tra la massa di Mercurio e quella del Sole si ha appunto che m/M=0.000000165.

Ovviamente la (1.83), nel caso di Mercurio darebbe il doppio dell'inspiegabile avanzamento del perielio e, nel caso della Luna un avanzamento maggiore di quello osservato sperimentalmente.

E' da notare che la legge di Newton, nel sistema ancorato ad M

$$F = G \frac{M m}{d^2} \left(1 + \frac{m}{M} \right) \quad (1.85)$$

comporta che, sulla superficie terrestre, l'accelerazione è data dalla relazione

$$g = G \frac{M}{d^2} \left(1 + \frac{m}{M} \right) = g_o \left(1 + \frac{m}{M} \right) \quad (1.86)$$

e quindi le modalità di caduta dei gravi terrestri dipendono anche dalle masse cadenti. Stante Newton, un corpo più pesante impiegherà un tempo di caduta leggermente più piccolo di quello più leggero.

In conclusione il problema dei due corpi, nel sistema di riferimento ancorato alla massa M, trova, grazie a Newton, varie soluzioni tra le quali si può scegliere la più opportuna. Ma questa scelta richiede anche dalle riflessioni sulla definizione più corretta del tempo siderale e quindi dedicheremo a ciò una nota successiva. Momentaneamente, per lo studio del fenomeno della precessione, riterremo validi gli spostamenti del Sole dedotti dalla teoria di Newton, lasciando inalterati i tempi siderali.

In merito alle precedenti relazioni ci limitiamo, per il momento, ad accennare quanto segue. Le relazioni (1.81), (1.83) e (1.84) comportano una comune tematica ma hanno effetti fisici opposti. Ma prima di questo cenno forse è opportuna la seguente fondamentale premessa. Tutte le leggi fisiche che oggi conosciamo hanno un'unica ed indiscutibile matrice: esse discendo da fatti sperimentali, non c'è da farsi illusioni in merito.

Non a caso Newton deduce la gravitazione *universale* dalle leggi sperimentali di Keplero. Ciò comporta che la legge dell'inverso del quadrato della distanza deriva da osservazioni fatte in una limitatissima finestra dell'Universo e per giunta trascurando il ruolo delle masse secondarie. Le osservazioni cosmologiche di questi giorni mettono in crisi tutte le attuali teorie gravitazionali (per esempio, materia oscura etc.). D'altra parte l'invalidità della formula di Newton e di Coulomb per distanze molto piccole è dimostrata dalla vecchia ed innata singolarità ⁽¹⁾ che queste relazioni hanno quando d=0: non è possibile che due masse (o cariche), per d tendente a zero, a dispetto della modestia delle loro masse o cariche, esercitino invece tra loro una forza che tende all'infinito, e questa fondamentale singolarità non è stata mai rimossa.

Possiamo dunque legittimamente sospettare che queste leggi siano prossime alla realtà solo in un certo intervallo spaziale e che quindi esse possano variare diversamente, sia

¹¹ **Questa singolarità è molto interessante**. Abbiamo già visto che la catastrofe ultravioletta può avere un'altra soluzione (www.carlosantagata.it), completamente classica, senza ricorrere alla indimostrata discontinuità scaturita dall'ipotesi di Planck. Infatti la Meccanica quantistica attuale soffre ancora di singolarità (v. nobel Abdus Salam).

quando d tende all'infinito che quando tende a zero, con leggi ben diverse dall'inverso del quadrato della distanza. Se poi, sopperendo a delle attuali e per ora impossibili esperienze dirette, la rimozione di certe palesi contraddizioni suggerisce già delle modifiche teoriche, esse dovrebbero essere accolte con molto favore, cosa che è ben difficile a verificarsi nell'attuale mondo dell'homo sapiens.

Ciò detto, in merito alle precedenti relazioni c'è da dire quanto segue. Innanzi tutto esse non sono invarianti rispetto all'unità di lunghezza usata. Ciò suggerirebbe la scelta di una unità di lunghezza fondamentale, togliendo l'attuale totale arbitrarietà. Si è lungamente pensato che alcune grandezze della fisica, quali la costante di struttura fina ed il raggio classico dell'elettrone, potessero assolvere a questo compito, ma non ancora sappiamo come introdurle per giungere ad una unificazione delle interazioni oggi note, unificazione che, allo stato della scienza, appare solo un lontano ed irraggiungibile miraggio.

Se fosse valida la (1.81) cadrebbe prima il corpo più leggero e poi quello più pesante ⁽¹²⁾ e ciò stabilirebbe un'ulteriore analogia tra la gravità ed il campo elettrico. Questo fenomeno della diversità di caduta previsto dalla (1.81) tende man mano ad affievolirsi fino ad annullarsi del tutto quando d tende a coincidere con un 1 cm. [c.g.s.]. Al di sotto di questa lunghezza incomincerebbe il fenomeno inverso. Inizierebbe a cadere prima il corpo più pesante.

In più, man mano che la massa secondaria aumenta l'orbita tenderebbe ad espandersi fino a diventare a spirale. Ciò potrebbe essere in sintonia con l'espansione dell'universo e con il palpabile fatto che il nostro sistema solare è caratterizzato da una forte differenza tra la massa centrale e quelle periferiche (anche l'atomo ha questa caratteristica). Non a caso le grandi masse planetarie stanno verso l'esterno del nostro sistema solare e quindi potrebbe essere in atto un loro lento allontanamento. Anche la Luna, secondo gli ultimi risultati della NASA, denuncia la tendenza ad allontanarsi dalla Terra nel tempo.

Nel caso di masse identiche, la (1.81) può essere scritta

$$F = \frac{G M M}{d d^2} = G' \frac{M M}{d^2} \quad (1.87)$$

Dalla (1.87) si ha anche

$$G' = \frac{G}{d}. \quad (1.88)$$

Quindi, lasciando inalterata la legge della forza inversamente proporzionale al quadrato della distanza, avremmo una *costante* di gravità variabile con la distanza. Per grandi distanze la gravità diminuirebbe con una velocità maggiore, diversamente si avrebbe per piccolissime distanze. Per esempio, consideriamo il raggio di Bohr

$$R_{Bohr} = \frac{e^2}{mC^2} 137^2 = R_e 137^2, \quad (1.89)$$

¹² In accordo con la rilettura degli esperimenti di Eötvös fatta da Fischbach ed Altri "Reanalysis of the Eötvös Experiment" Phys. Rev. Lett. 56, 3-6 (3 January 1986).

avendo indicato con R_e il raggio classico dell'elettrone e con $1/137$ l'inverso della costante di struttura fina. Da ciò deriva che, appunto tra due masse unitarie, poste alla distanza pari al raggio di Bohr, G' assumerebbe il significativo valore

$$G' = \frac{G}{R_{Bohr}} = \frac{6.66 \times 10^{-8}}{2.82 \times 10^{-13} \times 137.01^2} = 12.58 \cong 4\pi \quad (1.90)$$

Questo strano e ricorrente 4π nei fenomeni elettrici potrebbe forse costituire un primo pallido indizio tra un possibile collegamento tra carica gravitazionale e carica elettrica ?

Il Nobel Abdus Salam parlava di una super gravità. Se allora (1.90), a distanze del raggio di Bohr, la gravità diventasse circa 190 milioni di volte maggiore di quella misurata nel mondo macroscopico dovremmo proprio dargli ragione. Immaginatoci cosa accadrebbe alla distanza di Planck. Se fosse invece valida la (1.83) tutto quanto ora detto si invertirebbe. Prima di lasciare questo fondamentale argomento sulla divergenza dalla legge dell'inverso del quadrato della distanza, anche a proposito dell'accennata singolarità di cui soffre la formula di Newton e quella di Coulomb, diciamo brevemente quanto segue, rimandando il Lettore al sito www.carlosantagata.it [*] per gli approfondimenti del caso. Nel citato sito [*] abbiamo dimostrato la validità di una nuova relazione quantistica (¹³)

$$\lambda = 2\pi 137\psi \quad (1.91)$$

la quale lega l'ampiezza di vibrazione di una carica ψ elettrica alla lunghezza dell'onda elettromagnetica ad essa associabile λ .

La formula (di genesi sperimentale) dell'energia di Planck è

$$E = \frac{\frac{hC}{\lambda}}{\exp\left(\frac{hC}{kT\lambda}\right) - 1} \quad (1.92)$$

La (1.91) si può anche scrivere [*] (e è la carica dell'elettrone)

$$\frac{e^2}{\psi} = h\nu = \frac{hC}{\lambda} \quad (1.93)$$

e quindi la (1.92) diventa

$$E = \frac{\frac{e^2}{\psi}}{\exp\left(\frac{e^2}{\psi kT}\right) - 1} = \frac{\frac{e^2}{\psi}}{\exp\left(\frac{e^2/\psi}{mC^2}\right) - 1}, \quad (1.94)$$

¹³ E' possibile dimostrare [*] che la nota ed indimostrata formula di Planck $E = h\nu n$ non è altro che una **assolutamente** classica e più completa condizione di risonanza tra il forzante esterno e il dipolo. Infatti l'energia non può passare da un sistema ad un altro se non attraverso l'**importantissimo** ed ineliminabile fenomeno della risonanza e che una formula del tutto analoga alla (1.91) può essere scritta anche per le radiazioni gravitazionali [*]. Inoltre è facile vedere che il quanto di energia $h\nu$ è esattamente uguale a e^2/ψ .

con \bar{C} variabile da caso a caso. Si conclude pertanto immediatamente che la forza media colombiana esistente in un dipolo elettromagnetico è pari a:

$$F = -\frac{\partial E}{\partial \psi} = \frac{e^2}{\psi^2} \frac{1}{\exp\left(\frac{e^2}{\psi m \bar{C}^2}\right) - 1} \left[1 - \frac{\frac{e^2}{\psi}}{m \bar{C}^2} \frac{\exp\left(\frac{e^2}{\psi m \bar{C}^2}\right)}{\left[\exp\left(\frac{e^2}{\psi m \bar{C}^2}\right) - 1\right]} \right] \quad (1.95)$$

per cui il suo andamento è rappresentato nella Fig. 25

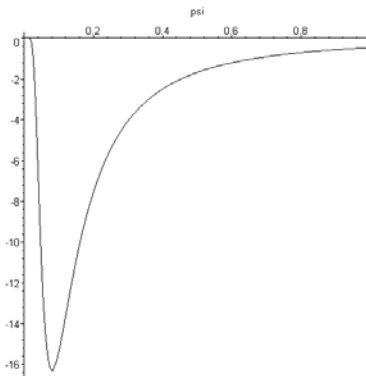


Fig. 25

dalla quale si vede come, man mano che la distanza ψ delle due cariche del dipolo aumenta, ci si avvicina sempre di più alla nota macroscopica formula di Coulomb (Corpo Nero=Rayleigh-Jeans) mentre, per distanze che tendono a zero, la forza diventa nulla e quindi si elimina la detta singolarità. Ciò è probabilmente dovuto ad un annichilimento delle due cariche con conseguente emissione di energia elettromagnetica. Se si calcola il lavoro di separazione o di annichilimento del dipolo in base alla (1.94) si trova che l'energia spesa per questo processo è pari a

$$E = m \bar{C}^2, \quad (1.96)$$

dove \bar{C} può essere una qualsiasi velocità che solo in casi molto particolari (materia allo stato di plasma) coincide con la velocità della luce (Temperature dell'ordine di milioni di °K (vedi [*])). Se invece fosse stata valida la legge di Coulomb avremmo ovviamente dovuto spendere un'energia infinita! La generalizzazione della formula di Einstein (1.96) porterebbe alla conclusione che i fenomeni di fusione fredda potrebbero essere più che reali. Per finire si osserva che se dall'analisi del moto delle stelle all'interno di una galassia a spirale si ricava la legge di forza, si trova una legge gravitazionale con un andamento molto simile a quello della Fig. 25. **Infatti le stelle che si trovano molto vicine al centro della galassia hanno una velocità che aumenta quasi linearmente (legge elastica di Hooke = Yukawa) con la distanza, contravvenendo in pieno alle leggi di Keplero, le quali sono rispettate solo per quelle stelle che stanno verso la periferia della galassia stessa. Si osserva infine che la (1.94) può essere ovviamente scritta**

$$E = \frac{e^2}{\psi} \frac{1}{\exp\left(\frac{R}{\psi}\right) - 1} \approx \frac{e^2}{\psi} \frac{1}{\exp\left(\frac{R}{\psi}\right)} = \frac{e^2}{\psi} \exp\left(-\frac{R}{\psi}\right), \quad (1.97)$$

formula del tutto analoga a quella di Yukawa.

5 - Un piccolo doveroso omaggio all'Insuperabile Newton

Intuire che la Luna *cade* continuamente intorno alla Terra per lo stesso motivo per il quale una mela cade sulla superficie terrestre è una delle più grandi ed ineguagliabili scoperte di tutti i tempi.

Se effettivamente la legge di gravità varia con l'inverso del quadrato della distanza allora è facile verificare l'attendibilità di questa ipotesi (ai tempi di Newton il raggio terrestre e la distanza Terra-Luna non si conoscevano molto bene, cosa che invece noi sappiamo).

La Luna orbita intorno alla Terra ad una distanza media di $cm \cdot 0.3844 \times 10^{11}$ ed il periodo di rivoluzione è pari a 27.32166. La Terra ha un raggio equatoriale di $cm \cdot 6378.099 \times 10^5$ ed un raggio polare di $cm \cdot 6356.634 \times 10^5$. Assumeremo quindi un raggio medio di $cm \cdot 6367.365 \times 10^5$. L'accelerazione di gravità sulla superficie terrestre ed a latitudini medie è pari a 980.665 cm/sec^2 .

Con questi dati è possibile calcolare l'accelerazione a cui è soggetta la Luna sulla sua orbita. Essa è data

$$a_L = \frac{v^2}{d} = \left(\frac{2\pi d}{T}\right)^2 \frac{1}{d} = \frac{4\pi^2 \times 0.3844 \times 10^{11}}{(27.32166 \times 24 \times 3600)^2} = 0.27233 \left[\text{cm/sec}^2 \right]. \quad (1.98)$$

Se è vero che l'accelerazione di un corpo immerso nel campo gravitazionale terrestre è del tipo

$$a_L = \frac{Cost}{d^2}, \quad (1.99)$$

nel caso della Luna abbiamo

$$Cost = 0.27233 \times (0.3844 \times 10^{11})^2 = 4.024039 \times 10^{20} \quad (1.100)$$

e quindi sulla superficie terrestre l'accelerazione dovrebbe essere pari a

$$a_T = \frac{Cost}{R^2} = \frac{4.024039 \times 10^{20}}{(6367.365 \times 10^5)^2} = 992.527 \left[\text{cm/sec}^2 \right], \quad (1.101)$$

contro i 980.665 misurati, con una coincidenza del 98.8% . Ma non bisogna trascurare le piccole differenze.

In effetti Newton eseguì un calcolo ancora più semplice. Se è vera la legge di gravità ipotizzata da Hooke si dovrà verificare la semplice proporzione

$$a_L : \frac{1}{d^2} = a_T : \frac{1}{R^2} \quad (1.102)$$

da cui segue che

$$\frac{d}{R} = \sqrt{\frac{a_T}{a_L}}. \quad (1.103)$$

Dai dati sperimentali si ha

$$\sqrt{\frac{a_L}{a_T}} = \sqrt{\frac{980.665}{0.27233}} = 60.008. \quad (1.104)$$

Newton scelse, ovviamente un po' ad hoc, il valore del rapporto d/R proprio uguale a 60, mentre invece esso è pari a

$$\frac{d}{R} = \frac{0.3844 \times 10^{11}}{6367.365 \times 10^5} = 60.37. \quad (1.105)$$

Ma, come più volte ripetuto, Newton ha corretto la (1.101), infatti, proprio nel problema dei due corpi deve intervenire anche la massa del corpo cadente. D'altra parte la Luna, cadendo sulla Terra, impiegherebbe certamente un tempo minore di quello di un comune grave che venisse lasciato cadere sulla superficie terrestre, cadendo da una distanza pari a quella della Luna (Newton invece continuava a pensare che sarebbero caduti insieme, nonostante avesse corretto la III° di Keplero con l'introduzione in essa delle masse dei pianeti (e quindi dei corpi cadenti). Infatti la (1.100) andrebbe scritta più esattamente

$$a_L : \frac{\left(1 + \frac{m_L}{M}\right)}{d^2} = a_T : \frac{\left(1 + \frac{m_g}{M}\right)}{R^2} \quad (1.106)$$

e poiché la massa del grave m_g è sempre trascurabile rispetto a quello della Terra si ha pure

$$a_L : \frac{\left(1 + \frac{m_L}{M}\right)}{d^2} = a_T : \frac{1}{R^2} \quad (1.107)$$

da cui segue che

$$\frac{a_T}{a_L} = \frac{d^2}{R^2 \left(1 + \frac{m_L}{M}\right)} \quad (1.108)$$

e quindi in definitiva si ha che

$$\sqrt{\frac{a_T}{a_L}} = \frac{d}{R} \frac{1}{\sqrt{\left(1 + \frac{m_L}{M}\right)}} = \frac{0.3844 \times 10^{11}}{6367.365 \times 10^5 \sqrt{1 + \frac{1}{81.306}}} = 60.002, \quad (1.109)$$

ed il risultato non è per niente migliorato. Anche se quindi Newton corregge la legge di caduta di un corpo secondo la relazione

$$g = g_o \left(1 + \frac{m}{M}\right), \quad (1.110)$$

rivisitando la legge di Galilei, il risultato resta invariato.

Ma se, come abbiamo sottolineato, la Luna, nel tempo di rivoluzione T non compie un intero angolo di 360° intorno alla Terra perché anche quest'ultima, a sua volta, fa un piccolo angolo di rivoluzione intorno alla Luna, quando calcoliamo l'accelerazione che la Luna subisce dalla Terra dovremmo considerare che essa, nel detto tempo T, percorre un angolo pari a

$$\alpha_L = 360^\circ - \frac{1}{2} 360^\circ \frac{m}{M + m} \quad (1.111)$$

e quindi la lunghezza dell'orbita che le compete è pari a

$$l = 2\pi d \frac{\left(1 + \frac{1}{2} \frac{m}{M}\right)}{\left(1 + \frac{m}{M}\right)} = 2\pi d \times 0.9939246664. \quad (1.112)$$

Ciò comporta che la sua accelerazione reale (¹⁴) sarà

$$a_L = 0.2690347647 \quad (1.113)$$

e quindi il rapporto

$$\sqrt{\frac{980.665}{0.2690347647}} = 60.374 \quad (1.114)$$

per cui si ha, questa volta, una coincidenza del 99.99 %.

Invece il percorso che il grave fa cadendo sulla superficie terrestre, anch'esso, in linea di principio, del tutto apparente o illusorio, va tutto attribuito al percorso reale del grave stesso, data l'estrema piccolezza della sua massa nei confronti di quella della Terra. Anche qui ritroviamo il ruolo del Principio degli Assoluti Relativi.

¹⁴ Infatti noi, con Newton, attribuiamo alla Luna anche l'accelerazione che la Luna impone alla Terra.

6 - La precessione lunisolare

Fin qui abbiamo discusso della scollatura esistente tra il sistema di riferimento *locale* usato nella M.C. ed in fisica teorica e quello ancorato alle stelle fisse ed abbiamo potuto osservare come l'inesplicabile avanzamento del perielio di Mercurio e la piccola difformità della verifica della legge dell'inverso del quadrato della distanza, fatta da Newton nel caso della Luna, possano trovare una loro spiegazione, e ciò invocando la rimozione del presunto ed insostenibile eliocentrismo.

I due casi ora accennati sono ben poca cosa se si esamina l'attuale spiegazione della precessione lunisolare. Infatti in questo caso particolare entrano in gioco le masse di tutti i pianeti e se, come già detto, è vero che i pianeti orbitano intorno al Sole, anche quest'ultimo è costretto a ruotare intorno al variabile centro delle masse. Ma anche qui la Meccanica Celeste parte dal presupposto che il Sole è comunque sempre assolutamente fisso negando, ancora una volta, il Principio di quiete o di moto rettilineo ed uniforme di detto baricentro peraltro dimostrato dalla stessa. Ed in questo caso non si tratta di 43 - 44" al secolo bensì di ben 50" all'anno. Per poter affrontare questo argomento, per chiarezza di esposizione, facciamo le seguenti brevi premesse.

Consideriamo la Fig. 26. In essa è disegnata l'eclittica S'γG', che rappresenta il percorso apparente che il Sole compie sulla volta celeste (stelle fisse) in un anno intorno alla Terra T. In più, nel prisma laterale, è riportata la Terra, ingrandita, con l'equatore terrestre e il piano sul quale giace l'eclittica per evidenziare l'inclinazione dell'asse terrestre ed il rigonfiamento equatoriale ugualmente inclinato rispetto all'eclittica.

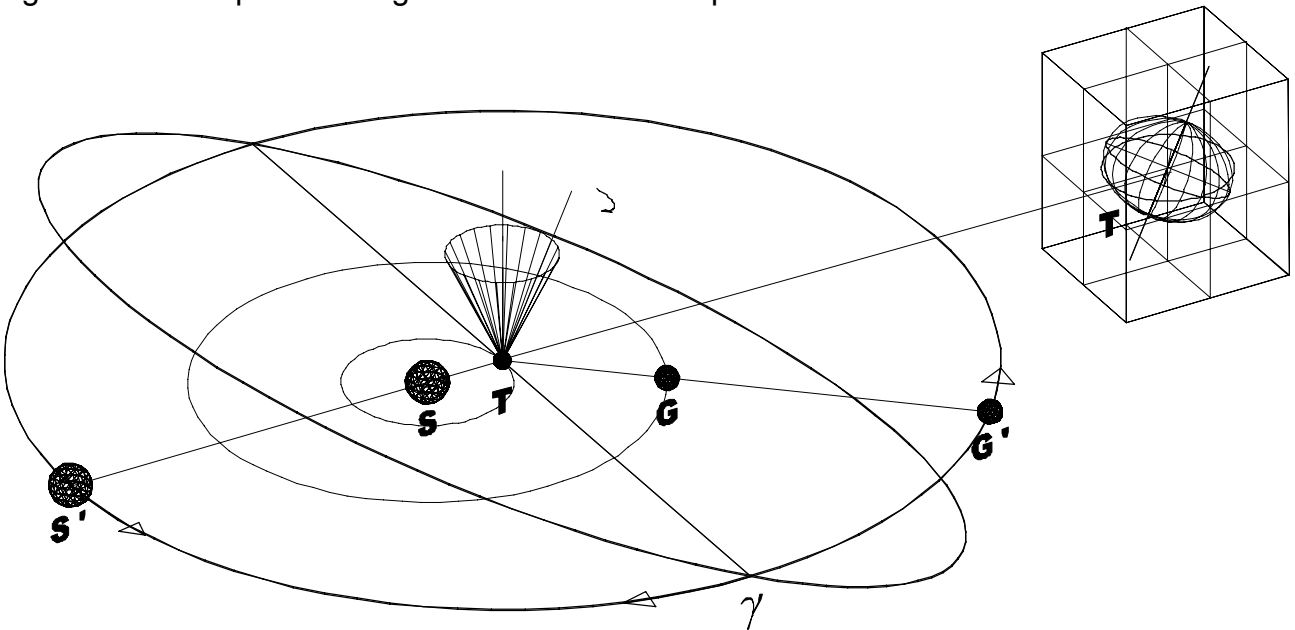


Fig. 26

Stante il sistema copernicano (1543), in effetti è la Terra T che compie (o compirebbe) completamente intorno al Sole S la circonferenza più piccola della figura in senso antiorario. (Invece, in base a quanto in precedenza stabilito, non tutta questa rivoluzione può essere attribuita al generico pianeta. Di conseguenza il Sole, facendo perno sulla Terra, tende ad andare di moto proprio verso il punto γ, sempre in senso antiorario). Ciò detto, ovviamente l'osservatore terrestre non vede il Sole nel punto S ma lo vede proiettato in S', sulla volta celeste.

Nella detta figura è raffigurata anche l'orbita che Giove compie intorno al Sole, e anch'esso è visto dall'osservatore terrestre proiettato sulla volta celeste in G' . In effetti l'orbita di Giove ha una piccola inclinazione sull'eclittica ($1^{\circ} 18'$) che qui viene trascurata. Nello stesso disegno è rappresentato anche l'equatore celeste che è l'equatore terrestre, anch'esso proiettato sulla volta celeste. Poiché l'asse di rotazione giornaliera della Terra Nord-Sud è inclinato di circa 23° rispetto all'eclittica, l'equatore celeste e l'eclittica si intersecano tra loro lungo l'asse T- γ .

Quando il Sole, la Terra ed il punto γ risultano allineati abbiamo gli equinozi (Fig. 26) e cioè i momenti in cui le durate del giorno e della notte sono identiche. La semiretta T- γ , (il punto γ si può considerare ad una distanza infinita sia dalla Terra che dal Sole), rappresenta un asse del sistema di riferimento ed è di fondamentale importanza per l'astronomia. Infatti tutti i parametri di un'orbita di un corpo celeste sono riferiti all'asse che congiunge il centro della Terra (sistema geocentrico) o il centro del Sole (sistema eliocentrico) col detto punto, come è meglio chiarito nella figura seguente (Fig. 27). Su come questo punto γ venga astronomicamente determinato ci sarebbe qualcosa da dire ma, per il momento, tralasciamo la cosa.

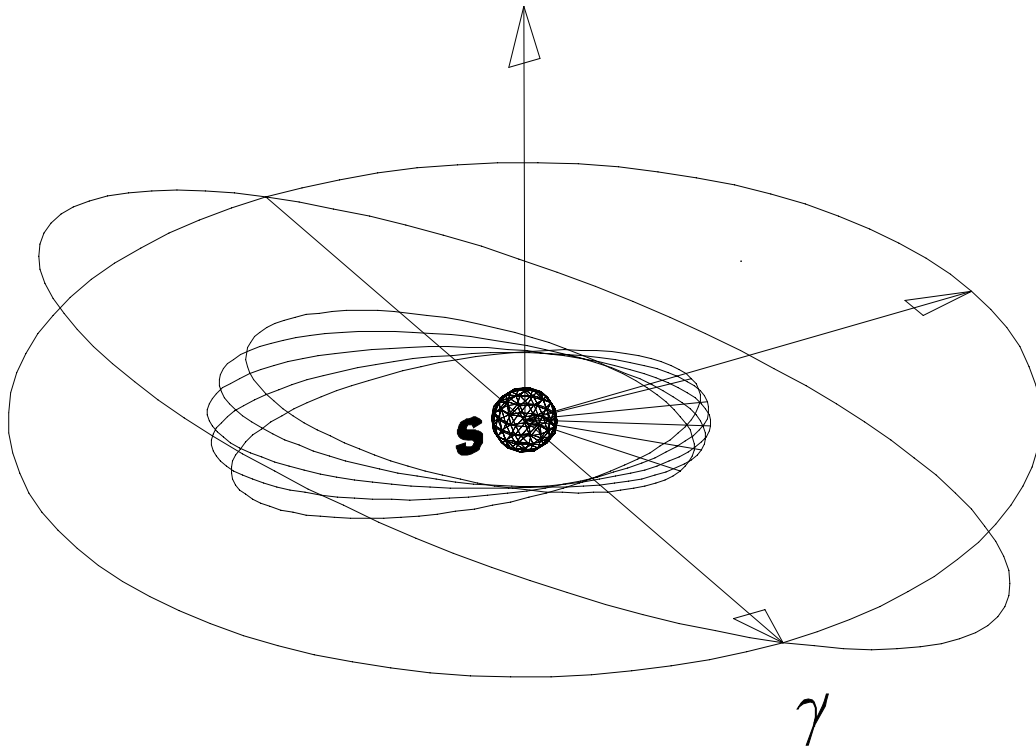


Fig. 27

Mentre nella Fig. 26 è rappresentato il sistema di riferimento geocentrico, nella Fig. 27 è rappresentato il sistema di riferimento eliocentrico e l'orbita ellittica di un pianeta il cui perielio avanza nel tempo rispetto al punto γ , sempre in senso antiorario.

Riconsideriamo adesso la Fig. 26.

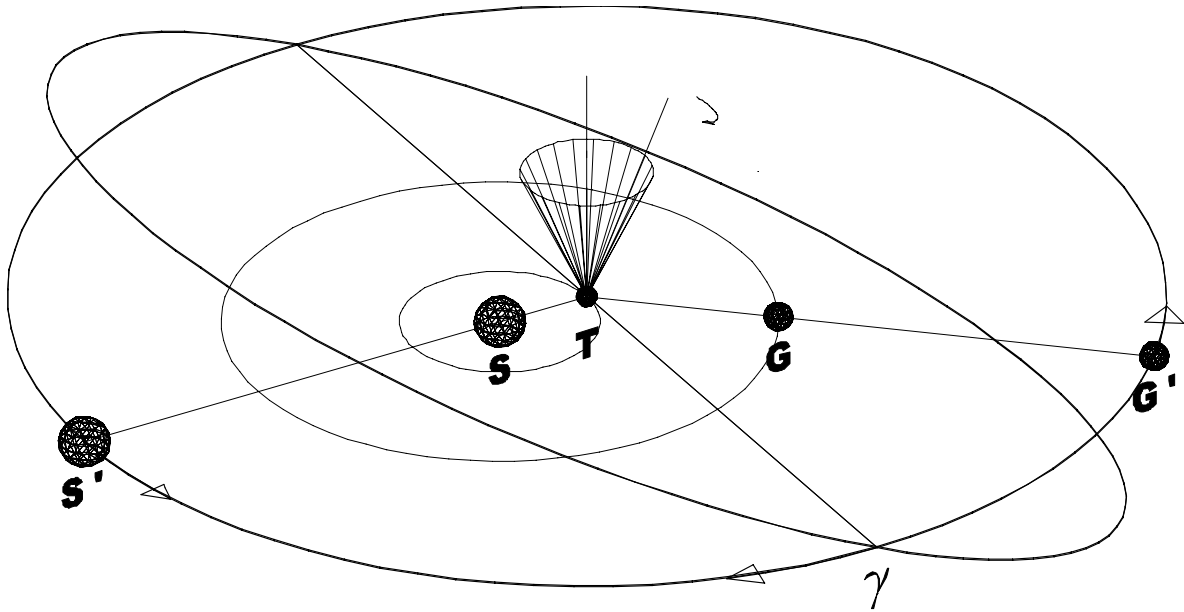


Fig. 26

Se diciamo che la Terra ruota intorno al Sole in un tempo pari a 325.25 giorni è perché questo è il tempo che passa perché apparentemente il Sole transiti di nuovo per il punto per il punto γ . La Fig. 28 illustra ancor meglio la cosa.

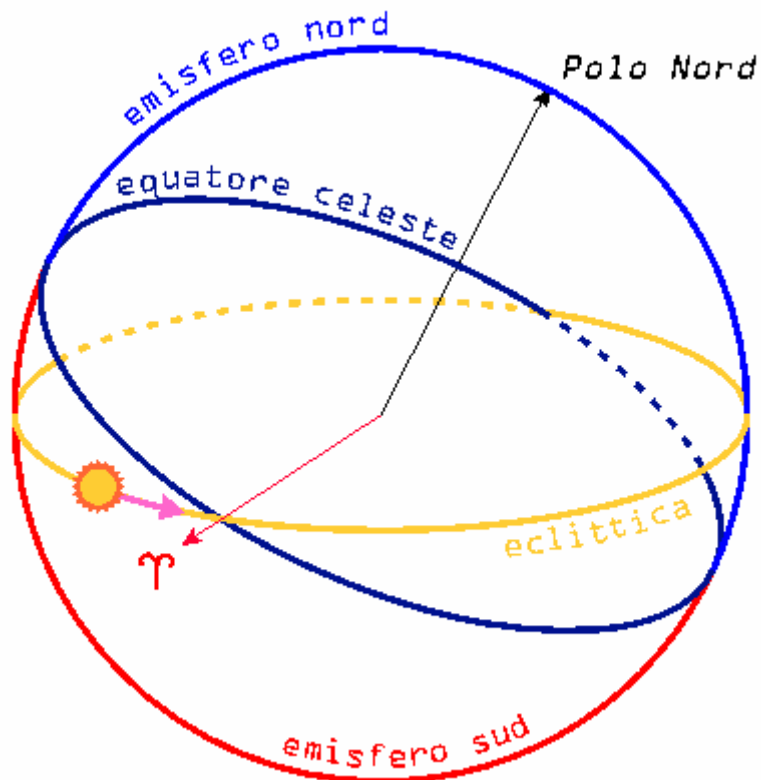


Fig. 28

Come si vede da essa, quando il Sole passa per γ , esso transita anche dall'emisfero Sud a quello Nord. Ecco perché lo vediamo più alto in estate e più basso in inverno.

Senonché accade che il Sole, ogni anno, raggiunge il punto γ (¹⁵) con un anticipo di ben 20^m 23^s circa ! Questo grandioso ed evidentissimo fenomeno celeste, tanto appariscente che forse fu scoperto già nel II° secolo A. C. dall'astronomo e matematico Ipparco di Nicea, attualmente viene spiegato attribuendo tutto il movimento relativo misurato tra il Sole ed il punto γ solo a quest'ultimo e quindi pensando il Sole ancora assolutamente fisso nello spazio, nonostante i considerevoli rinculi che subisce soprattutto da Giove. La Fig. 29 illustra la spiegazione di Newton.

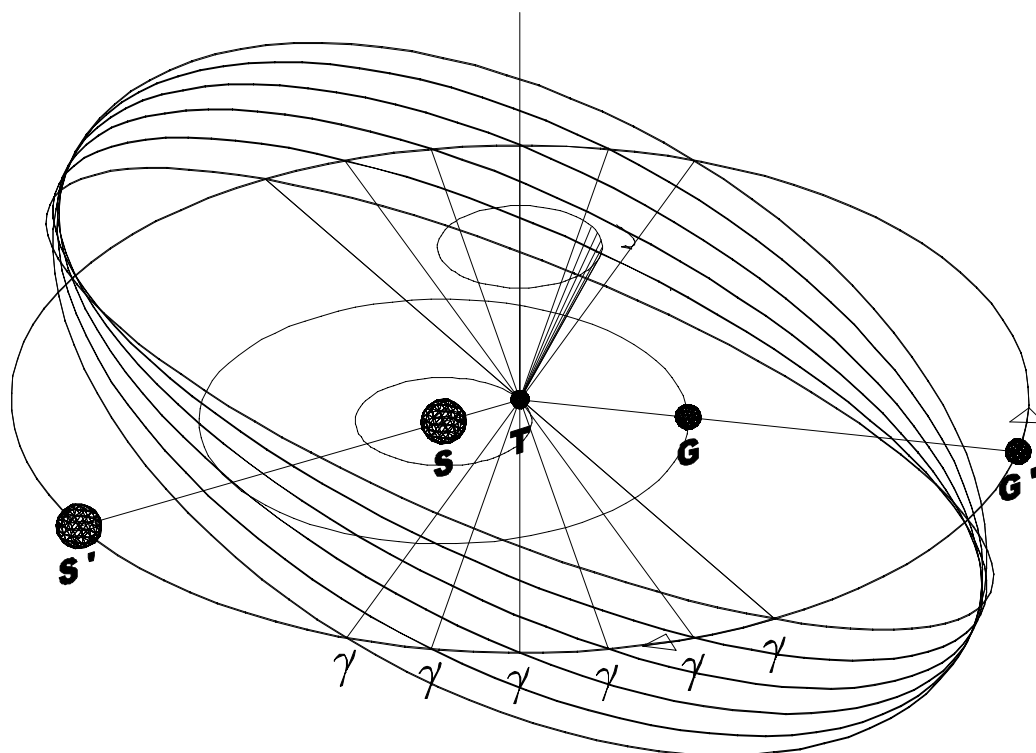


Fig. 29

Secondo questa attuale versione, l'equatore celeste subisce uno slittamento orario sull'eclittica, e quindi opposto al moto antiorario dei pianeti intorno al Sole, che fa sì che è solo il punto γ ad andare verso il Sole, considerando, come più volte detto e ripetuto, quest'ultimo assolutamente fisso (o meglio dotato del solo apparente moto di rivoluzione della Terra intorno ad esso).

Quindi questo movimento *relativo* di ben 50'' d'arco sessagesimale all'anno, misurato tra il Sole ed il punto γ , sarebbe tutto da ascrivere agli effetti giroscopici provocati dall'azione del Sole e della Luna sul rigonfiamento equatoriale terrestre.

A questa spiegazione di Newton, che artatamente ancora una volta manipola i vari rapporti tra le azioni separate del Sole e della Luna affinché i risultati teorici coincidano i detti 50'', si opposero energicamente Bernoulli, Eulero (¹⁶) e d'Alambert [2] i quali, rifacendo gli stessi calcoli di Newton, giunsero alla conclusione che l'effetto giroscopico invocato da Newton non era sufficiente a dar conto di tutti i 50'' osservati. Essi giungevano a giustificare circa 30'' all'anno [2], facendo ipotesi meno ad hoc di quelle formulate da

¹⁵ In effetti il punto γ , più che essere un punto astronomico ben preciso, è anche e solo il momento in cui la durata del giorno e della notte coincidono o il momento in cui il Sole passa da un emisfero all'altro. Da qui la conservazione di un perdurante geocentrismo.

¹⁶ Eccezionale ed ineguagliato maestro in fatti giroscopici.

Newton stesso. Invero, l'Insuperabile inglese, spesso manipolava i risultati dei suoi calcoli per farli coincidere con la realtà sperimentale e ciò lo fece anche, come già accennato, per giustificare l'avanzamento del perigeo lunare, addirittura raddoppiando i risultati numerici [5].

Ovviamente, venuti meno questi illustri scienziati e non trovando altri effetti che potessero essere invocati per colmare questa grossa ed ancora irrisolta problematica, che avrebbe posto in crisi l'attuale Meccanica Celeste classica e non (qui non si tratta di 44" secondi al secolo ma di ben 20" all'anno ingiustificabili, e ciò secondo i calcoli di questi tre illustri scienziati), la cosa è stata messa a tacere. Se inoltre si osserva l'incertezza con la quale si conoscono i momenti d'inerzia del geoide terrestre, che, solo oggi, sappiamo essere formato da una sottile crosta terrestre galleggiante su un fluido magma incandescente [2], si trova che i 30" secondi scendono addirittura ad una decina all'anno [2].

Certamente la continua, considerevole ed innegabile *carezza gravitazionale* che la Luna esplica sulla crosta terrestre non è affatto trascurabile, ma visto e considerato che la sottile crosta terrestre letteralmente galleggia su un magma incandescente, si può ben pensare che la detta azione, oltre ad essere responsabile delle vistose maree d'acqua (e di terra, che non avvertiamo ma che ci sono), sia anche una concausa dell'accertata deriva dei continenti, di circa 5-10 cm. all'anno, fenomeno che in definitiva origina anche i disastrosi terremoti.

Il fatto acclarato che l'America del sud era una volta letteralmente saldata al continente africano (Pangea (¹⁷)) potrebbe essere dovuto anche all'accennata azione che esplica la Luna su una crosta terrestre, in quanto quest'ultima compie in un solo giorno una rotazione intorno al proprio asse, mentre il nostro satellite impiega circa 27 giorni per compiere una rivoluzione intorno alla Terra. Dunque abbiamo un'onda di marea acquatica e terrestre che, con legge sinusoidale, alza e abbassa una sola variabile parte della sottile crosta terrestre e che quindi, per evidenti fenomeni di fatica, può spezzare e provocare dei continui allontanamenti tra le cosiddette zolle continentali, con conseguente fuoriuscita di magma incandescente.

Ed in proposito è da osservare che le cosiddette dorsali oceaniche (catene montuose sotto gli oceani provocate dal magma fuoriuscito dalle spaccature della crosta terrestre) tra l'America e l'Europa hanno un andamento che significativamente segue i meridiani e quindi queste originarie lesioni o spaccature sono grossomodo e significativamente ortogonali all'asse di rotazione terrestre e quindi all'azione gravitazionale della Luna.

Se, ritornando all'argomento principale, invece si considera che il Sole è innegabilmente spinto, verso il punto γ , dai vari pianeti a seconda della massa di questi ultimi, si giunge alla conclusione che il difetto della spiegazione di Newton può essere colmato proprio da questo effetto.

Giove, da solo, spingerebbe il Sole verso il punto γ di circa 52.06" all'anno. Gli altri tre pianeti esterni, Saturno, Urano e Nettuno, essendo meno veloci di Giove, avrebbero un'azione frenante o accelerante per cui, in certi periodi, la precessione scenderebbe a $52.06 - 6.27 - 3.4 - 2.08 = 40"$ che, sommati a quelli di Newton, ammonterebbero proprio ai 50" oggi osservati mentre, in altri periodi, essa attingerebbe valori più alti, così come stabiliremo tra poco.

¹⁷ Unico, isolato preistorico continente che con varie e gigantesche fratture ha dato poi origine all'attuale configurazione della crosta terrestre.

Ma approfondiamo queste considerazioni.

Un fatto è assolutamente certo: il Sole non può essere considerato assolutamente fermo, essendo anch'esso attratto a sua volta dai pianeti. Il punto γ ha quindi una funzione analoga a quella svolta dal baricentrico K: da un lato consente di misurare le rivoluzioni dei pianeti intorno al Sole e dall'altro il movimento del Sole intorno ai pianeti stessi.

Normalmente il fenomeno della precessione viene presentato dai testi di astronomia in una maniera completamente diversa, addirittura rovesciata. Si parte cioè con l'esposizione di un probabile e discutibile effetto per poi giungere alla causa. Si inizia cioè col dire che l'asse di rotazione terrestre non è fisso nello spazio ma che esso descrive un cono di precessione intorno all'asse verticale che passa per il centro della Terra ed è perpendicolare al piano dell'eclittica; questo cono è rappresentato nelle precedenti figure.

Ciò comporta che il polo Nord, proiettato sulla volta celeste, descrive (o descriverebbe) lentamente una circonferenza, per cui, col passare del tempo, la stella che indica il Nord cambia continuamente. Con ciò si lascia credere che si sia misurata l'entità della precessione appunto osservando come varia nel tempo la direzione del polo Nord celeste, senza tener presente il fenomeno della polodia e cioè il continuo e sensibilissimo spostamento del polo Nord sulla crosta terrestre. In effetti questa variazione polare è ben difficile da stabilire, a differenza invece del facile rilievo dell'anticipo con il quale il Sole giunge ogni anno al punto γ .

Ovviamente ci dovrebbe essere una perfetta corrispondenza tra lo spostamento della stella polare ed il presunto avanzamento newtoniano del punto γ qualora si potesse contare sulla assoluta fissità del Sole.

In ogni caso, un accuratissimo rilievo dello spostamento della stella polare potrebbe costituire un insostituibile aiuto per stabilire come concretamente stanno i fatti. Volendo, si potrebbe ricorrere anche al pendolo di Foucault.

7 - I pianeti e lo spostamento assoluto del Sole

Certamente, se gravi considerevoli cadessero verticalmente sulla Terra da diverse direzioni, quest'ultima avrebbe un'accelerazione verso gli stessi che è la risultante delle singole accelerazioni impresse ad essa da ognuno di questi gravi.

I valori riportati nella quarta colonna della tabella (1.54) rappresentano i vari archi che il Sole dovrebbe percorrere, in cento anni, a seconda del pianeta considerato, intorno a quest'ultimo, valori che sono stati desunti prendendo per valida la teoria di Newton. E' quindi evidente che lo spostamento reale del Sole sarà la risultante dei vari scalzamenti che ogni pianeta impone ad esso, spostamenti del Sole verso il punto γ che sono ortogonali (sempre nell'ipotesi di istantaneità dell'azione gravitazionale) alle varie congiungenti i singoli pianeti con il centro dello stesso (vedi frecce della Fig. 30).

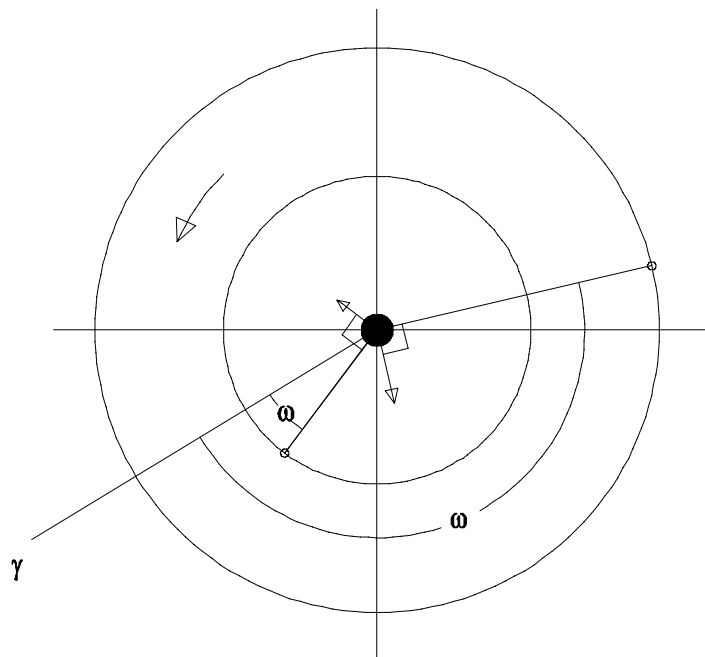


Fig. 30

Se i pianeti, dopo una rivoluzione completa intorno al Sole, occupassero sempre la stessa reciproca posizione, determinata dagli angoli ω di Fig. 30, allora lo spostamento complessivo del Sole sarebbe sempre mediamente pari ad una certa quantità ed avrebbe una invariabile direzione media. Invece sappiamo che i perielii dei vari pianeti, individuati dai rispettivi angoli $\omega(t)$, si spostano lentamente nel senso di rivoluzione dei pianeti stessi e di quantità diverse.

Ciò comporta che lo spostamento complessivo del Sole varia sia in direzione che in grandezza al variare del tempo. Nella Fig. 24, appresso riportata, è rappresentata l'orbita ellittica di un generico pianeta ed il suo perielio. Da essa si vede come l'angolo ω varia nel tempo. Per semplicità, nel seguito, considereremo trascurabile l'inclinazione dell'orbita sull'eclittica, il che non comporta grosse imprecisioni visto e considerato che, nel caso della massima inclinazione (Mercurio), essa è di appena 7° e considereremo le orbite tutte circolari vista la loro piccola eccentricità (solo nel caso di Mercurio abbiamo $\epsilon = 0.2$). D'altra parte l'azione di questo pianeta sul Sole non ha un grande peso, infatti esso sposta il Sole di soli $44''$ al secolo. In ogni caso non trascureremo questo effetto.

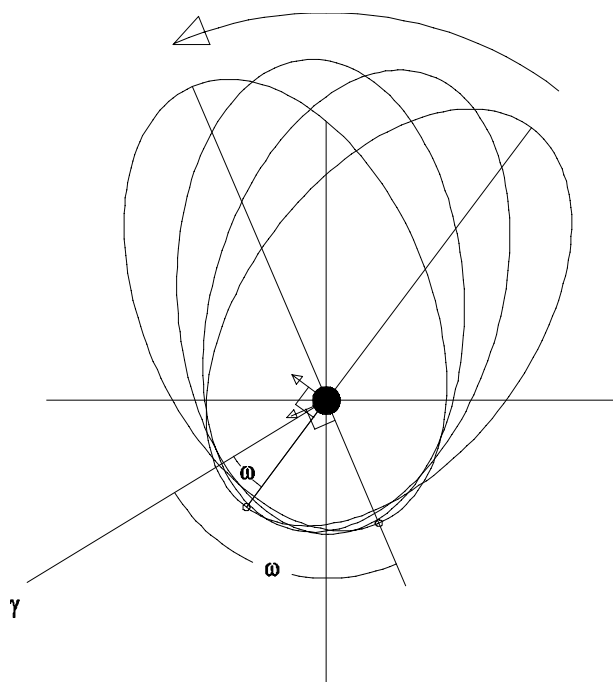


Fig. 24

La Tabella (1.114), desunta da Danjon [7, pag. 430], permette di determinare le posizioni dei perielii dei vari pianeti rispetto al punto γ , dove t è computato in secoli giuliani di 36525 giorni, a partire gennaio 1° del 1900, ora 0.

<i>Pianeta</i>	ϖ	
<i>Mercurio</i>	$75^{\circ}53'58.91'' + 5599.76''t + 1.061''t^2$	
<i>Venere</i>	$130^{\circ}09'49.8'' + 5068.93''t - 3.515''t^2$	
<i>Terra</i>	$101^{\circ}13'15.0'' + 6189.03''t + 1.63''t^2 + 0.012''t^3$	
<i>Marte</i>	$334^{\circ}13'5.53'' + 6626.73''t + 10.4675''t^2 - 0.0043''t^3$	(1.115)
<i>Giove</i>	$12^{\circ}43'15.34'' + 5795.862''t + 3.80258''t^2 - 0.01236''t^3$	
<i>Saturno</i>	$91^{\circ}05'53.38'' + 7050.297''t + 2.9749''t^2 + 0.0166''t^3$	
<i>Urano</i>	$171^{\circ}32'55.14'' + 5343.958''t + 0.8539''t^2 - 0.0128''t^3$	
<i>Nettuno</i>	$46^{\circ}43'38.37'' + 5128.468''t + 1.40694''t^2 - 0.002176''t^3$	

La Tabella (1.115), nella seconda colonna, riporta l'angolo ω , variabile col tempo, desunto dalla tabella (1.114), trascurando i termini con t^2 e t^3 , il che non dà errori sensibili. Nella terza colonna è riportato il periodo di tempo necessario affinché il perielio del generico pianeta descriva un giro completo intorno al Sole.

<i>Pianeta</i>	ϖ	<i>Periodo rivoluzione completa del perielio in anni</i>	
<i>Mercurio</i>	$75^{\circ}53'58.91'' + 5600.821''t$	23.139	
<i>Venere</i>	$130^{\circ}09'49.8'' + 5065.415''t$	25.585	
<i>Terra</i>	$101^{\circ}13'15.0'' + 6190.672''t$	20.934	(1.116)
<i>Marte</i>	$334^{\circ}13'5.53'' + 6627.193''t$	19.556	
<i>Giove</i>	$12^{\circ}43'15.34'' + 5799.652''t$	22.346	
<i>Saturno</i>	$91^{\circ}05'53.38'' + 7053.255''t$	18.374	
<i>Urano</i>	$171^{\circ}32'55.14'' + 5344.809''t$	24.247	
<i>Nettuno</i>	$46^{\circ}43'38.37'' + 5129.873''t$	25.263	

Il detto periodo di rivoluzione è stato calcolato (ad esempio, nel caso di Mercurio) con la formula

$$T_p = \frac{360^{\circ} \times 3600 \times 100}{5600.821} = 23139 \text{ anni}, \quad (1.117)$$

dove il valore **5600.821** è stato desunto dalla Tabella (1.115).

In proposito si osserva che la media di questi periodi, pari a 22 430, è dello stesso ordine di grandezza dell'anno platonico.

Per trovare come varia lo spostamento complessivo del Sole al variare del tempo si possono proiettare sull'asse delle ascisse e delle ordinate di un sistema di riferimento con l'origine nel centro del Sole stesso i vari spostamenti (v. Tabella (1.33)) (desunti dalle formule di Newton) che producono su di esso tutti i pianeti e successivamente ricomporli, così come schematicamente è rappresentato nella Fig. 30 (in essa i perieli sono indicati con la lettera π).

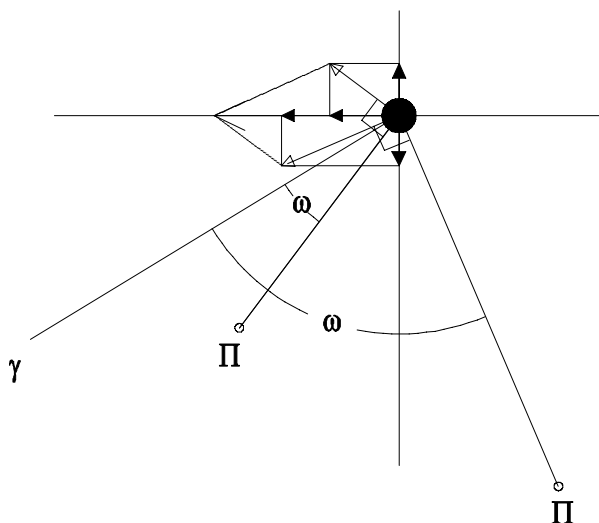


Fig. 30

Si tratta dunque di calcolare la risultante di raggi vettore che ruotano intorno all'origine con diverse velocità angolari.

La Tabella (1.117) riporta i dati necessari per il detto calcolo.

<i>Pianeta</i>	<i>Spostamento del Sole in un anno</i>	$2\pi/T_p$
<i>Mercurio</i>	0.4442	$2\pi/23\,139.46$
<i>Venere</i>	2.5797	$2\pi/25\,585.27$
<i>Terra</i>	1.9469	$2\pi/20\,934.72$
<i>Marte</i>	0.1117	$2\pi/19\,555.79$
<i>Giove</i>	52.06	$2\pi/22\,346.17$
<i>Saturno</i>	6.27	$2\pi/18\,374.50$
<i>Urano</i>	0.3362	$2\pi/24\,247.83$
<i>Nettuno</i>	0.208	$2\pi/25\,263.78$

(1.118)

Nel caso di Mercurio, lo spostamento che esso produce sul Sole, ortogonale all'orientamento del suo perielio, proiettato sugli assi x ed y di Fig. 30, sarà dato dalle relazioni (sempre in questo caso, **1.32469** è l'angolo in radianti che corrisponde a 75°53'58.91" della Tabella (1.115))

$$\begin{aligned}
 x_{S_{Mercurio}} &= 0.4442 \cos\left(\frac{2\pi}{23139.46}t + 1.32469 - \frac{3}{2}\pi\right) \\
 y_{S_{Mercurio}} &= 0.4442 \sin\left(\frac{2\pi}{23139.46}t + 1.32469 - \frac{3}{2}\pi\right),
 \end{aligned}
 \tag{1.119}$$

e dove **(-3/2 π)** determina la direzione dell'azione del pianeta sul Sole.

Per Venere si avrà

$$\begin{aligned}
 x_{S_{Venere}} &= 2.5797 \cos\left(\frac{2\pi}{25585.26}t + 2.2717 - \frac{3}{2}\pi\right) \\
 y_{S_{Venere}} &= 2.5797 \sin\left(\frac{2\pi}{25585.26}t + 2.2717 - \frac{3}{2}\pi\right)
 \end{aligned}
 \tag{1.120}$$

Per la Terra

$$\begin{aligned}
 x_{S_{Terra}} &= 1.9469 \cos\left(\frac{2\pi}{20934.72}t + 1.7666 - \frac{3}{2}\pi\right) \\
 y_{S_{Terra}} &= 1.9469 \sin\left(\frac{2\pi}{20934.72}t + 1.7666 - \frac{3}{2}\pi\right)
 \end{aligned}
 \tag{1.121}$$

Per Marte

$$\begin{aligned}
 x_{S_{Marte}} &= 0.1117 \cos\left(\frac{2\pi}{19555.79}t + 0.8514 - \frac{3}{2}\pi\right) \\
 y_{S_{Marte}} &= 0.1117 \sin\left(\frac{2\pi}{19555.79}t + 0.8514 - \frac{3}{2}\pi\right)
 \end{aligned}
 \tag{1.122}$$

Per Giove

$$\begin{aligned}
 x_{S_{Giove}} &= 52.06 \cos\left(\frac{2\pi}{22346.17}t + 0.21029 - \frac{3}{2}\pi\right) \\
 y_{S_{Giove}} &= 52.06 \sin\left(\frac{2\pi}{22346.17}t + 0.21029 - \frac{3}{2}\pi\right)
 \end{aligned}
 \tag{1.123}$$

Per Saturno

$$\begin{aligned}
 x_{S_{Saturno}} &= 6.27 \cos\left(\frac{2\pi}{18374}t + 1.5899 - \frac{3}{2}\pi\right) \\
 y_{S_{Saturno}} &= 6.27 \sin\left(\frac{2\pi}{18374}t + 1.5899 - \frac{3}{2}\pi\right)
 \end{aligned}
 \tag{1.124}$$

Per Urano

$$\begin{aligned}
 x_{S_{Urano}} &= 0.3362 \cos\left(\frac{2\pi}{24247.83}t + 2.994 - \frac{3}{2}\pi\right) \\
 y_{S_{Urano}} &= 0.3362 \sin\left(\frac{2\pi}{24247.83}t + 2.994 - \frac{3}{2}\pi\right)
 \end{aligned}
 \tag{1.125}$$

Per Nettuno

$$\begin{aligned}
 x_{S_{Nettuno}} &= 0.208 \cos\left(\frac{2\pi}{25263.78}t + 0.8155 - \frac{3}{2}\pi\right) \\
 y_{S_{Nettuno}} &= 0.208 \sin\left(\frac{2\pi}{25263.78}t + 0.8155 - \frac{3}{2}\pi\right)
 \end{aligned}
 \tag{1.126}$$

In definitiva si ottiene

$$\begin{aligned}
 X(t) &= \sum_1^8 x_{S_p}(t) \\
 Y(t) &= \sum_1^8 y_{S_p}(t)
 \end{aligned}
 \tag{1.127}$$

e che lo spostamento del Sole in funzione del tempo è pari a

$$S_{Sole}(t) = \sqrt{X(t)^2 + Y(t)^2} .
 \tag{1.128}$$

Evidentemente lo spostamento solare dato dalla (1.127) è una funzione che è definita in tutto l'interno di tempo $t \in [-\infty, +\infty]$. Noi non conosciamo quale era la posizione dei perielii dei pianeti ai tempi della formazione del sistema solare e quindi non sappiamo quando la configurazione data dalla Tabella (1.114), riferita all'anno 1900 D. C., si sia verificata per la prima volta, pertanto il tempo t della detta funzione si conosce a meno di una costante.

La funzione (1.127) è riportata nella Fig. 31. Essa è una funzione periodica sinusoidale irregolare il cui semiperiodo è di circa 60.000 anni. Il programma di calcolo utilizzato (programma Maple) è riportato in appendice. Si è assunto un tempo iniziale compatibile, grosso modo, con la situazione attuale ($t=0=1900$).

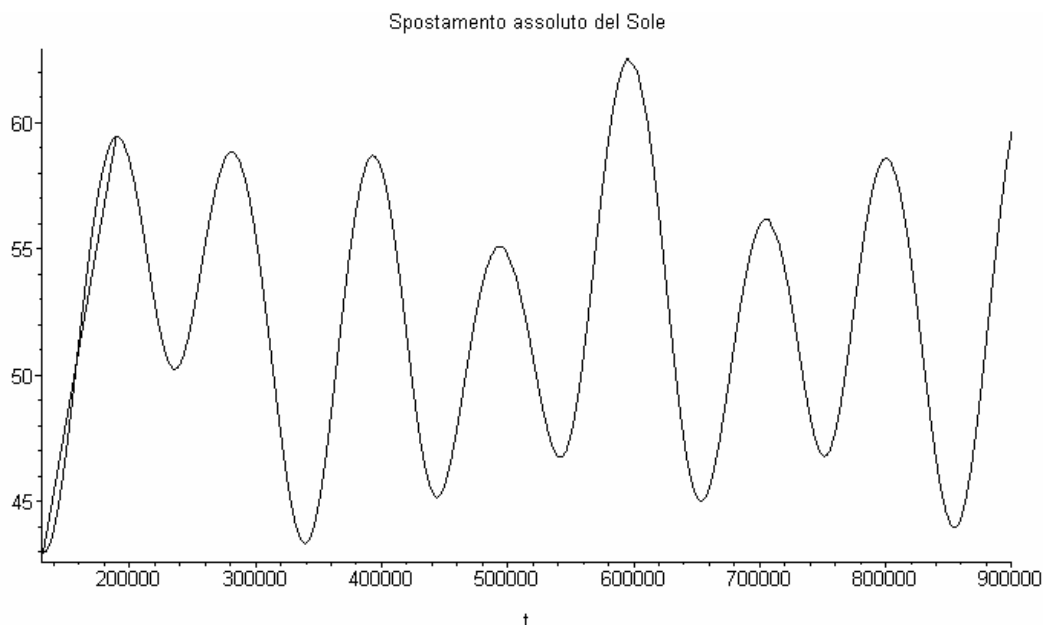


Fig. 31

E' possibile stimare anche la variazione media annuale che subisce il detto spostamento e risulta (vedi segmento tracciato in Fig. 31; si nota, in proposito che questi segmenti crescenti hanno tutti la stessa inclinazione così pure quelli decrescenti)

$$\text{var. annuale} = \frac{58.2 - 43}{189319 - 130996} = \frac{15.2}{58\,696.6} = \pm 0.00026. \quad (1.129)$$

Se dunque si assume che attualmente, così come si vede dal grafico, lo spostamento del Sole prodotto da tutti i pianeti è pari a circa 43" all'anno e si attribuiscono alla spiegazione giroscopica circa 10" si ottiene un valore di circa 53" all'anno, praticamente molto vicino a quello misurato. Secondo di dati di Newcomb si ha inoltre che la precessione, nel periodo di osservazione dallo stesso considerato, è data dalla formula

$$50.2564 + 0.000222(\text{anno} - 1900), \quad (1.130)$$

e quindi, come si vede, il tasso sperimentale di crescita della precessione in un anno è pari a 0.000222. Si ha dunque una coincidenza di quattro cifre decimali tra il valore teorico dell'incremento della precessione (1.128) e quello sperimentale (1.129), variazione che non trova alcuna giustificazione nell'ambito della newtoniana ed odierna spiegazione.

8 - Conclusioni

Vediamo sinteticamente come in M.C. si risolve il Problema dei due Corpi. Le varie fasi sono le seguenti:

- Si ammette, in un primo momento, che due masse generiche M ed m sono soggette alla forza di Newton e quindi accelerano, l'una verso l'altra, in un sistema di riferimento fisso che si può identificare con quello delle stelle fisse. In questa fase si dimostra, in modo ineccepibile, che il baricentro K delle due masse o è fisso o è dotato di moto rettilineo ed uniforme.
- Successivamente si passa dal detto sistema di riferimento a quello ancorato al baricentro K , sistema che può quindi considerarsi o in quiete col sistema precedente o essere dotato di moto rettilineo ed uniforme, in base alla deduzione di cui al primo punto. Sia nel caso che K sia fisso o sia dotato di moto rettilineo ed uniforme, il che implica che la sua accelerazione è nulla, anche l'osservatore ancorato a questo sistema di riferimento attribuirà le stesse identiche accelerazioni che queste due masse avevano rispetto al sistema di riferimento considerato al primo punto. Infatti sommerà la sua accelerazione nulla alle diverse accelerazioni di M ed m . Quindi la legge di attrazione, nel passaggio tra questi due sistemi inerziali, non solo conserva la sua forma, ma attribuisce anche gli stessi valori numerici alla dinamica delle due masse.
- Poi si passa dal sistema K al sistema ancorato alla massa centrale M . Questa è una necessità dovuta al fatto che K non è un punto astronomicamente rilevabile e che tutti i rilievi sperimentali prendono già come riferimento la massa centrale M (vedi leggi di Keplero). Questa volta l'osservatore ancorato ad M , nel suo locale sistema di riferimento, attribuirà al corpo di massa m anche la sua non nulla accelerazione ed in più si considererà fisso a tutti gli effetti. In base a questa ultima assunzione si sviluppa tutta la teoria delle perturbazioni secolari e non e poi, senza alcuna procedura di omogeneizzazione e di trasformazione di questi calcoli, si pretende di trovare riscontro tra i risultati teorici così ottenuti ed i rilievi sperimentali che invece si osservano nel primo sistema di riferimento e cioè quello ancorato alle stelle fisse, dimenticando di aver attribuito alla massa periferica quell' accelerazione che la massa centrale M aveva proprio rispetto all'originario sistema di riferimento e di averla tolta a quest'ultima.

E' chiaro che questo procedimento, per ritrovare favorevole riscontro con i fatti riferiti all'originario sistema di riferimento (stelle fisse), deve riattribuire alla massa centrale e cioè al Sole, quel movimento proprio che esso ha rispetto al primitivo sistema di riferimento, caratterizzato dalla relazione

$$M v_{Sole} = m V_{Pianeta}, \quad (1.131)$$

E quindi quel nostro procedimento di considerare la massa secondaria m prima trascurabile e poi attribuire ad essa il suo valore reale ci consente appunto di determinare lo spostamento proprio della massa centrale e quindi lo spostamento solare. Dal punto di teorico è inoltre fortemente sospetto il fatto che un osservatore non inerziale trovi la stessa legge che rivela un osservatore inerziale. Forse una possibile candidata alla risoluzione di questo problema e quello degli enne corpi potrebbe essere una relazione del tipo

$$F \approx G \frac{M m}{d^{2+\frac{m}{M}+\alpha\frac{m''}{M}+\beta\frac{m'''}{M}+\dots}}, \quad (1.132)$$

almeno nell'ambito ristretto del nostro sistema solare.

Bibliografia

- [1] C. Santagata **Considerazioni sul Principio di Relatività Generale** Liguori Editore Napoli (1985)
- [2] C. Santagata **On Newton's Paradoxes** Journal of Theoretics www.journaloftheoretics.com or www.binaryresearchinstitute.org/pdf/gravi.pdf (2002)
- [3] C. Santagata **Galilei is wrong, nevertheless, IT DOES MOVE, but this time it is the SUN !** www.carlosantagata.it (2005)
- [4] E. Mach **La meccanica nel suo sviluppo storico-critico** Editore Boringhieri (1968)
- [5] N. Guicciardini **Newton** La Scienza Vol. 16 Editore La Biblioteca di Repubblica (2006)
- [6] F. Zagar **Astronomia sferica e teorica** Editore Zanichelli (1948)
- [7] A. Danjon **Astronomie Générale** Editore A. Blanchard (Paris) (1986)

Programma in Maple – Calcolo dello spostamento del Sole

```
> restart:aa:=2*Pi:bb:=100:cc:=1.5*Pi:# Programma con Maple 10
> with(plots):with(plottools):
> Mesp:=44.42/bb:Meper:=aa/23139.46:
> Vesp:=257.97/bb:Veper:=aa/25585.26:
> Tesp:=194.69/bb:Teper:=aa/20934.72:
> Masp:=11.17/bb:Maper:=aa/19555.79:
> Gisp:=5206/bb:Giper:=aa/22346.17:
> Sasp:=627/bb:Saper:=aa/18374.49:
> Ursp:=33.62/bb:Urper:=aa/24247.83:
> Nesp:=20.8/bb:Neper:=aa/25263.78:
>
x:=Mesp*cos(Meper*t+1.32469+cc)+Vesp*cos(Veper*t+2.2717+cc)+Tesp*cos(Teper*t+1.7666+cc)+Masp*cos(Maper*t+5.833+cc)+Gisp*cos(Giper*t+0.222+cc)+Sasp*cos(Saper*t+1.5899+cc)+Ursp*cos(Urper*t+2.994+cc)+Nesp*cos(Neper*t+0.8155+cc):
>
y:=Mesp*sin(Meper*t+1.32469+cc)+Vesp*sin(Veper*t+2.2717+cc)+Tesp*sin(Teper*t+1.7666+cc)+Masp*sin(Maper*t+5.833+cc)+Gisp*sin(Giper*t+0.222+cc)+Sasp*sin(Saper*t+1.5899+cc)+Ursp*sin(Urper*t+2.994+cc)+Nesp*sin(Neper*t+0.8155+cc):
>
x1:=Mesp*cos(Meper*0+1.32469+cc)+Vesp*cos(Veper*0+2.2717+cc)+Tesp*cos(Teper*0+1.7666+cc)+Masp*cos(Maper*0+5.833+cc)+Gisp*cos(Giper*0+0.222+cc)+Sasp*cos(Saper*0+1.5899+cc)+Ursp*cos(Urper*0+2.994+cc)+Nesp*cos(Neper*0+0.8155+cc):
>
y1:=Mesp*sin(Meper*0+1.32469+cc)+Vesp*sin(Veper*0+2.2717+cc)+Tesp*sin(Teper*0+1.7666+cc)+Masp*sin(Maper*0+5.833+cc)+Gisp*sin(Giper*0+0.222+cc)+Sasp*sin(Saper*0+1.5899+cc)+Ursp*sin(Urper*0+2.994+cc)+Nesp*sin(Neper*0+0.8155+cc):c1:=5.8*22500:c2:=40*22500:
> a1:=plot([x,y, t=0..20*22500],color=black):
> a2:=line([0,0], [x1,y1]):
> R:=(sqrt(x^2+y^2)):
> a3:=plot(R,t=c1..c2,color=black):
>
> display({a3,line([131566.73,42.98], [189610.58,59.48])}, title=`Spostamento assoluto del Sole`);
```