Carlo Santagata

info@carlosantagata.it

NUOVE RELAZIONI QUANTISTICHE

Abstract

E' possibile dedurre nuove relazioni quantistiche non ponendo in discussione il noto postulato di Planck

$$E = h\nu n \qquad (1) .$$

Le dette relazioni non sono in contrasto con l'attuale Meccanica Quantistica. Le stesse vengono successivamente ritrovate nel lavoro [1]. In questo lavoro la (1) viene interpretata come una più ampia condizione di risonanza, riscontrabile nella quotidiana e macroscopica realtà sperimentale.

La prima immediata relazione lega l'ampiezza di vibrazione ψ di una carica con la lunghezza d'onda elettromagnetica λ ad essa associata

$$\lambda = 2\pi 137 \psi n .$$

La seconda permette di stabilire un legame tra la lunghezza d'onda di de Broglie e la lunghezza d'onda elettromagnetica

$$\lambda = 137 \lambda_{dB} n .$$

Ciò nel caso di dipoli non ionizzati.

13/07/2005

La formula

E' noto che al fine di individuare la legge di distribuzione dell'energia del Corpo Nero (C.N.) in funzione della temperatura e della lunghezza d'onda Planck dovette formulare l'ipotesi che durante l'interazione tra l'onda elettromagnetica e la parete del corpo l'energia venisse assorbita o emessa secondo la nota relazione

$$E = h\nu n. \qquad (1)$$

Più tardi, con l'ipotesi del mezzo quanto, ammise che

$$E = \frac{1}{2}h\nu n. \qquad (2)$$

Se desideriamo studiare ciò che avviene nel momento in cui il pacchetto di energia dato dalla (1) viene interamente assorbito dalla materia che costituisce la parete del corpo nero, possiamo fare il seguente ragionamento. Possiamo immaginare che un dipolo elettromagnetico catturi la detta energia. Se indichiamo con *e* la carica dell'elettrone che costituisce il dipolo (o l'atomo) e con Ψ l'ampiezza media della carica oscillante possiamo scrivere, per il Principio di conservazione dell'energia, che

$$Z\frac{e^2}{\Psi} = h\frac{C}{\lambda}n \qquad (3)$$

dove Z è la carica protonica che, in appresso, per semplicità di scrittura, porremo momentaneamente uguale ad 1.
Se teniamo conto che la carica elettrica, la costante di Planck, la velocità della luce C e la costante di struttura fine sono legate dalla nota relazione

$$2\pi 137 e^2 = hC \qquad (4)$$

sostituendo la (4) nella (3) otteniamo

$$\lambda = 2\pi 137 \Psi n, \qquad (5)$$

che è la formula cercata.

Essa lega l'ampiezza media di vibrazione della carica alla lunghezza d'onda elettromagnetica associata alla carica stessa. E' noto che l'elettrodinamica classica stabilisce che l'energia elettromagnetica generata da una carica ha la stessa frequenza del dipolo che la emette; nulla dice però circa l'eventuale legame tra l'ampiezza descritta dalla carica stessa e la lunghezza d'onda elettromagnetica generata.

Nel seguito verificheremo la correttezza della (5) almeno dal punto di vista teorico. In alcuni casi specifici (quando c'è completa ionizzazione o si tratta di valori medi) scriveremo la (5) nella seguente maniera

$$\lambda = 2\pi 137 \Psi n = 2\pi 137 \overline{\Psi}. \qquad (5')$$

I^a verifica – I risultati dell'atomo di idrogeno di Bohr

Moltiplicando ambo i membri della (5) per la frequenza avremo

$$\lambda\nu = 2\pi 137\Psi \nu n = C \qquad (6)$$

che, indicando con Ω la pulsazione, diventa

$$137\Psi\Omega n = C \qquad (7)$$

per cui la velocità media della carica oscillante è data da

$$v = \frac{C}{137n}. \qquad (8)$$

Da ciò si deduce che l'energia media del dipolo oscillante è pari a

$$E = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}\frac{mC^2}{137^2}\frac{1}{n^2} \qquad (9)$$

che coincide con l'energia degli stati stazionari di Bohr. Infatti inserendo in quest'ultima relazione il valore della costante di struttura fine dato dalla (4) si ottiene l'equivalente ma più nota relazione di Bohr sui livelli energetici dell'atomo di idrogeno

$$E = \frac{2\pi^2 me^4}{h^2}\frac{1}{n^2}. \qquad (10)$$

Inoltre, tenuto conto che l'energia del dipolo è pari ha

$$E = \frac{1}{2}\frac{e^2}{\Psi}, \qquad (11)$$

uguagliando la (11) e la (9) si ha anche

$$\Psi = \frac{e^2}{mC^2}137^2 n^2 \qquad (12)$$

la quale ci dice che l'ampiezza media di oscillazione del dipolo coincide con i raggi dell'atomo di Bohr. Infatti sostituita nella (12) la costante di struttura fine si ottiene l'equivalente ma più nota relazione dei raggi di Bohr

$$\Psi = R_n = \frac{h^2}{4\pi^2 me^2}n^2. \qquad (13)$$

Dato che possiamo scrivere l'equazione del moto del dipolo che ha catturato il quanto d'energia nella semplice maniera

$$x = \Psi\cos(\Omega t) \qquad (15)$$

possiamo specializzare questa formula in base a quanto ora detto e quindi essa può anche essere scritta

$$x = \frac{\lambda}{2\pi 137 n}\cos(2\pi\nu t). \qquad (16)$$

E' noto che se *m* è la massa della carica oscillante l'energia del dipolo è data da

$$E = \frac{1}{2}m\Psi^2\Omega^2 = \frac{1}{2}m\left(\frac{\lambda}{2\pi 137 n}\right)^2(2\pi\nu)^2 = \frac{1}{2}m\left(\frac{\lambda\nu}{137n}\right)^2 = \frac{1}{2}\frac{mC^2}{137^2}\frac{1}{n^2} = \frac{2\pi^2 me^4}{h^2}\frac{1}{n^2}.$$

II^a verifica – I risultati di Duane e Hunte – Il Limite del fondo spettrale

Un modo ancora più semplice per ottenere la (5) può essere il seguente. Consideriamo l'energia totale del dipolo di cui sopra (composto cioè da una coppia protone-elettrone); essa è data da

$$E = \frac{1}{2}\frac{e^2}{\Psi}. \qquad (17)$$

Se moltiplichiamo numeratore e denominatore per la quantità 2π137n abbiamo

$$E = \frac{1}{2}\frac{2\pi 137 e^2}{2\pi 137\Psi n}n. \qquad (18)$$

Per la (4) si ha anche

$$E = \frac{1}{2}\frac{hC}{2\pi 137\Psi n}n. \qquad (19)$$

Quest'ultima coincide con la relazione sperimentale di Planck se e solo se

$$2\pi 137\Psi n = \lambda$$

e quindi si ritrova la (5).

Nelle radiazioni da frenamento (bremsstrahlung) si verifica che si ha spettro solo quando l'energia raggiunge certe soglie date dalla nota relazione

$$Ve = \frac{hC}{\lambda} \qquad (20).$$

Se in tali casi si ammette che la ionizzazione del dipolo avviene solo quando è vera l'identità (trattandosi di energia non polarizzata)

$$Ve = \frac{e^2}{\Psi},$$

è evidente che possiamo poi scrivere

$$Ve = \frac{e^2}{\Psi} = \frac{2\pi 137 e^2}{2\pi 137 \Psi} = \frac{hC}{\lambda} \qquad (20')$$

e quindi la (20) viene pienamente giustificata. In altri termini si può pensare che solo se l'energia del proiettile che colpisce il bersaglio ha un'energia pari o superiore a quella di legame del dipolo (e^2/Ψ) si ha emissione elettromagnetica. E tale fenomeno è notoriamente speculare con quello dell'emissione elettronica a seguito di assorbimento di radiazione elettromagnetica da parte della materia (effetto fotoelettrico).

Ma se, come visto, Ψ non è altro che il raggio di Bohr e se è vero che le onde pilota di de Broglie sono legate alle orbite di Bohr è evidente che deve sussistere un semplice legame tra le onde di de Broglie e la lunghezza d'onda elettromagnetica associata alla carica che la genera. Questo legame lo vedremo tra poco.

III[a] verifica – La Legge di Stefan $W=\sigma T^4$.

Com'è noto, nel caso del corpo nero, la Termodinamica riesce a dare la nota formula $W=\sigma T^4$ ma non si riesce a determinare il valore della costante σ, detta costante di Stefan-Boltzmann.

Consideriamo sempre l'energia di dipolo e sia essa data da

$$E = \frac{1}{2}\frac{e^2}{\Psi}.$$

Se λ è la lunghezza d'onda associata possiamo dire che la potenza è data dalla relazione

$$P = \frac{1}{2}\frac{e^2}{\Psi}\frac{C}{\lambda}.$$

Allora la pressione di radiazione sarà data da

$$P_s = \frac{1}{2}\frac{e^2}{\Psi}\frac{C}{\lambda}\frac{1}{\lambda^2} = \frac{1}{2}\frac{e^2}{\Psi}\frac{C}{\lambda^3} = \frac{1}{2}\frac{hC}{\lambda}\frac{C}{\lambda^3} = \frac{1}{2}\frac{hC^2}{\lambda^4}. \qquad (21)$$

In regime di equilibrio termodinamico si ha pure

$$\frac{1}{2}\frac{e^2}{\Psi} = \frac{1}{2}\frac{hC}{\lambda} = \frac{3}{2}kT$$

dalla quale si ottiene che

$$\frac{1}{\lambda} = 3\frac{kT}{hC} \qquad (22)$$

che, sostituita nella (21), da

$$P_s = W = \frac{3^4}{2}\frac{k^4}{h^3C^2}T^4 \qquad (23)$$

e quindi, nel sistema c. g. s., si ha

$$\sigma = \frac{3^4}{2}\frac{k^4}{h^3C^2} = 5.63\times10^{-5} \quad \left[erg/(cm^2 s K^4)\right]$$

contro il valore sperimentale di $\sigma = 5.66\times10^{-5} \quad \left[erg/(cm^2 s K^4)\right]$.

IV[a] verifica – La Legge di Wien $P_{Vmax}=BT^5$.

Anche in tal caso, ancora nel problema del C.N., attraverso la Termodinamica si ottiene l'espressione della legge di Wien ma non si perviene al valore della costante B.

Possiamo scrivere che la potenza volumica è data dalla relazione

$$P_V = \frac{1}{2}\frac{e^2}{\Psi}\frac{C}{\lambda}\frac{1}{\lambda^3} = \frac{1}{2}\frac{hC^2}{\lambda^5} \qquad (24)$$

che, tenuto conto della (22), diventa

$$P_V = \frac{1}{2}\frac{hC^2}{\lambda^5} = \frac{1}{2}hC^2\left(\frac{3kT}{hC}\right)^5 = \frac{3^5}{2}\frac{k^5}{h^4C^3}T^5 \qquad (25)$$

da cui si evince che

$$B = \frac{3^5}{2}\frac{k^5}{h^4C^3} = \frac{3^5}{2}\frac{\left(1.38\times10^{-16}\right)^5}{\left(6.62\times10^{-27}\right)^4\left(2.998\times10^{10}\right)^3} = 1.2\times10^{-4} \qquad (26)$$

contro il valore sperimentale di $1.28\times10^{-4} \quad \left[erg/(cm^3 s K^5)\right]$.

V^a verifica – L'effetto fotoelettrico

E' noto che una radiazione elettromagnetica riesce a strappare elettroni da una superficie sulla quale incide solo quando essa raggiunge certi valori. In effetti se l'elettrone fa parte di un atomo è chiaro che esso viene ionizzato, se l'energia non è polarizzata, solo se si compie lavoro pari a

$$E = \frac{e^2}{\Psi}.$$

Ma quest'ultima relazione, per quanto detto, può essere scritta

$$E = \frac{e^2}{\Psi} = \frac{hC}{\lambda} = h\nu$$

e quindi solo se è l'energia elettromagnetica hv è uguale o maggiore all'energia di legame dell'elettrone e^2/Ψ è possibile vedere che l'elettrone abbandona la superficie colpita.

Collegamenti con le onde pilota di de Broglie

Facciamo alcune considerazioni preliminari. Partiamo dalla relazione di de Broglie

$$\lambda_{dB} = \frac{h}{mv}n.$$

Poiché v = C/(137n) si ha

$$\lambda_{dB} = \frac{h}{mC}137n^2.$$

Ricordando che

$$2\pi 137e^2 = hC$$

si ha ancora

$$\lambda_{dB} = 2\pi\frac{e^2}{mC^2}137^2n^2 = 2\pi\frac{h^2}{4\pi^2 me^2}n^2 = 2\pi R_n$$

e quindi si ritrova, risultato già noto, che la lunghezza dell'ennesima circonferenza possibile di Bohr è pari ad enne volte la lunghezza d'onda di de Broglie.
Partiamo dalla relazione

$$\lambda = 2\pi 137\Psi n,$$

ricordando che Ψ è il raggio delle circonferenze di Bohr e che 2πψ sono le lunghezze d'onda di de Broglie si ha anche che l'onda elettromagnetica associabile all'onda di de Broglie è pari a

$$\lambda = 137\lambda_{dB}n \quad (27).$$

Si ha anche, ricordando che 137n=C/v, che

$$\lambda = \frac{C}{v}\lambda_{dB}.$$

Si ha pure

$$\lambda = 2\pi 137 \Psi n = 2\pi \frac{C}{v} \Psi$$

dunque l'onda elettromagnetica è inversamente proporzionale alla velocità media della carica oscillante e direttamente proporzionale all'ampiezza di vibrazione della stessa.

Una possibile verifica sperimentale

La nuova relazione

$$\lambda = 2\pi 137 \Psi n$$

è anche suscettibile di una verifica sperimentale diretta. La più semplice sarebbe quella di porre in vibrazione una carica elettrica imponendo un'ampiezza ed una frequenza nota e poi misurando la lunghezza dell'onda elettromagnetica emessa. Questo esperimento potrebbe comportare la nuova costruzione di un apposito dipolo oscillante e quindi non sarebbe di immediata realizzazione.

Un esperimento facile a realizzarsi potrebbe essere quello di ripetere l'esperienza di diffrazione degli elettroni atta a verificare la relazione di de Broglie e misurare contemporaneamente anche la lunghezza d'onda elettromagnetica che essi dovrebbero emettere perché in un certo qual modo, interagendo con il reticolo del bersaglio, vengono da questo schermo frenati e quindi dovrebbero emettere radiazione elettromagnetica secondo la precedente relazione (27).

In quest'ultimo caso abbiamo quanto segue. Consideriamo la relazione di de Broglie

$$\lambda_{dB} = \frac{h}{mv} n,$$

da essa si ha

$$v = \frac{h}{m\lambda_{dB}} n$$

e quindi l'energia è pari a

$$E = \frac{1}{2} m \frac{h^2}{m^2 \lambda_{dB}^2} n^2 = \frac{1}{2} \frac{h^2}{m\lambda_{dB}^2} n^2 .$$

Se il pennello elettronico diffrangendosi viene anche frenato, viene emessa contemporaneamente anche radiazione elettromagnetica. Trattandosi di energia polarizzata, si ha anche

$$E = \frac{1}{2} \frac{h^2}{m\lambda_{dB}^2} n^2 = \frac{1}{2} h\nu n = \frac{1}{2} \frac{hC}{\lambda_e} n$$

dalla quale si evince subito il legame tra l'onda di de Broglie e l'onda elettromagnetica associata alla carica. Infatti si ha

$$\frac{1}{2}\frac{h^2}{m\lambda_{dB}^2}n = \frac{1}{2}\frac{hC}{\lambda_e}$$

da cui si ottiene

$$\lambda_e = \frac{mC}{h}\lambda_{dB}^2\frac{1}{n} = \frac{\lambda_{dB}}{\lambda_{Compton}}\lambda_{dB}\frac{1}{n}.$$

Ricordando la (28), si ha anche

$$\lambda_e = \frac{mC}{h}\lambda_{dB}^2\frac{1}{n} = \frac{mC}{h}\lambda_{dB}\frac{h}{mv}n\frac{1}{n} = \frac{\lambda_{dB}C}{v}.$$

Poiché è noto che

$$v = \frac{C}{137n},$$

si ha, in definitiva, che

$$\lambda_e = 137\lambda_{dB}n.$$

Pertanto si può pervenire alla formula sopra scritta indipendentemente dalle deduzioni precedenti e cioè seguendo il processo fisico del detto esperimento.

Nel lavoro [4] si mostra che un gas ad una certa temperatura può essere visto come un insieme di cariche elettriche agitate dal moto termico e costrette a percorrere un certo cammino medio libero. Ci troviamo in presenza di cariche che incessantemente vanno avanti ed indietro e che quindi oscillando sono continuamente accelerate e decelerate. Pertanto è valida la relazione di Larmor, e quindi queste cariche emettono onde elettromagnetiche che noi percepiamo sotto forma di calore. Si può mostrare che il cammino libero medio coincide con l'ampiezza di vibrazione data dalla (5).

C. Santagata

[1] C. Santagata, ***Le frequenze di risonanza e la formula di Planck***
[4] C. Santagata, ***Unsuspectable connections between Macrocosm and Microcosm***