

Un metodo di calcolo per le strutture monodimensionali piane

Abstract.

Si propone un metodo di calcolo per la determinazione della configurazione di equilibrio delle strutture monodimensionali piane. Detto metodo consente la scrittura automatica del sistema lineare connesso ad una qualsiasi struttura piana ed affina l'intuito fisico dell'ingegnere strutturista. Lo stesso algoritmo sarà utile per l'applicazione di un Principio per la ricerca dell'equilibrio di una qualsiasi struttura deformabile anche tridimensionale, Principio che sarà oggetto di nota successiva.

Riepilogo di risultati noti

Sia data un'asta confluyente nei nodi A e B (Fig. 1). Ci chiediamo quale è l'azione che occorre esercitare in A affinché la detta estremità, pur restando nel detto punto, ruoti soltanto di un angolo Φ_A . In effetti, com'è facile intuire, se applichiamo in A soltanto un momento M_A , la sezione della trave, oltre a ruotare dell'angolo desiderato, si sposta anche verso l'alto. E' allora chiaro che per provocare soltanto la rotazione desiderata occorre applicare al detto estremo anche una forza T_A , rivolta verso il basso, e tale da provocare una freccia di segno opposto allo spostamento dell'estremo A che si avrebbe qualora ad esso fosse applicato solo il momento M_A .

Con facili calcoli si trova [1,2] che l'azione che occorre esplicare in detto estremo per ottenere il risultato voluto è costituita

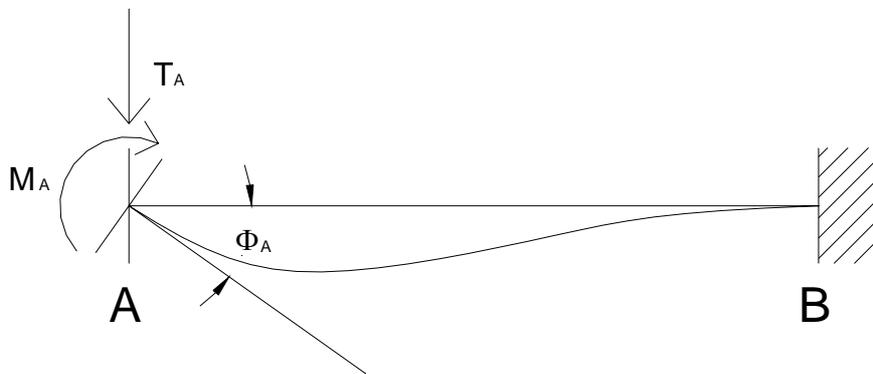


Fig. 1

da una coppia

$$|M_A| = \frac{4EI}{l} \Phi_A \quad (1.1)$$

e da una forza verticale pari a

$$|T_A| = \frac{6EI}{l^2} \Phi_A \quad (1.2)$$

dove E è il modulo di elasticità ed I il momento d'inerzia della trave.

Analogamente, affinché si generi una deformata rappresentata in Fig. 2

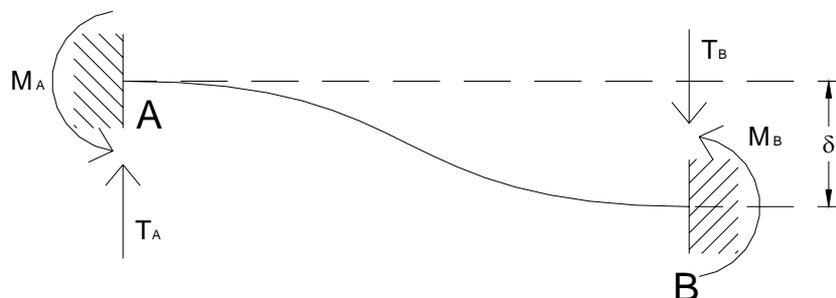


Fig. 2

l'azione che si deve esplicare sul nodo A sarà costituita da una coppia [1]

$$|M_A| = \frac{6EI}{l^2} \delta \quad (1.3)$$

e da una forza

$$|T_A| = \frac{12EI}{l^3} \delta \quad (1.4)$$

Ancora, se si genera una deformata del tipo (Fig. 3)

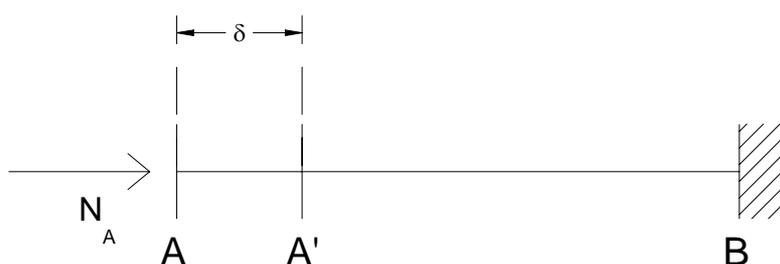


Fig. 3

l'azione che occorre esplicare sul nodo A è data dalla relazione [1]

$$|N| = \frac{EA}{l} \delta. \quad (1.5)$$

Se il nodo B , senza spostarsi, ruota di un angolo Φ_B (fig. 4)

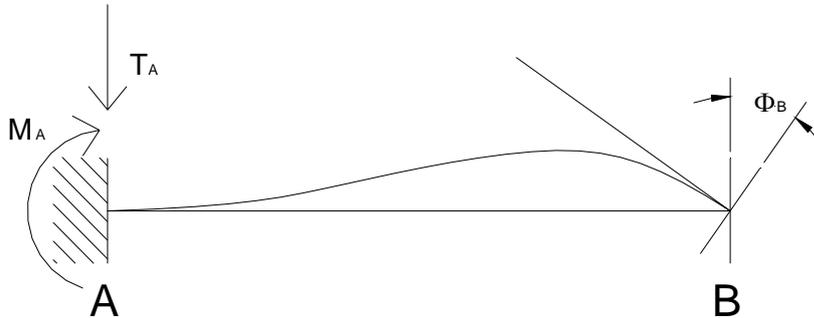


Fig. 4

l'azione che occorre esplicare sempre sul nodo A è data dalla coppia [1]

$$|M_A| = \frac{2EI}{l} \Phi_B \quad (1.6)$$

e dalla forza verticale

$$|T_A| = \frac{6EI}{l^2} \Phi_B \cdot \quad (1.7)$$

Generalizzazione

E' utile, per quanto segue, riferire le precedenti relazioni ad un generico sistema di riferimento. Presupponendo note le coordinate dei nodi della struttura, dalla fig. 5 si ricavano immediatamente

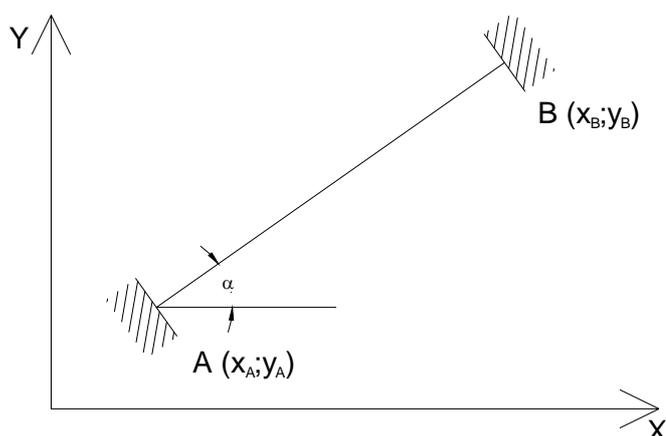


Fig. 5

le seguenti relazioni

$$l = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}; \quad \sin \alpha = \frac{y_B - y_A}{l}; \quad \cos \alpha = \frac{x_B - x_A}{l}. \quad (1.8)$$

Si immagini adesso che il nodo A ruoti e trasli delle quantità Φ_A, U_A e V_A , senza alcun movimento del nodo B , il tutto come si evince dalla Fig. 6.

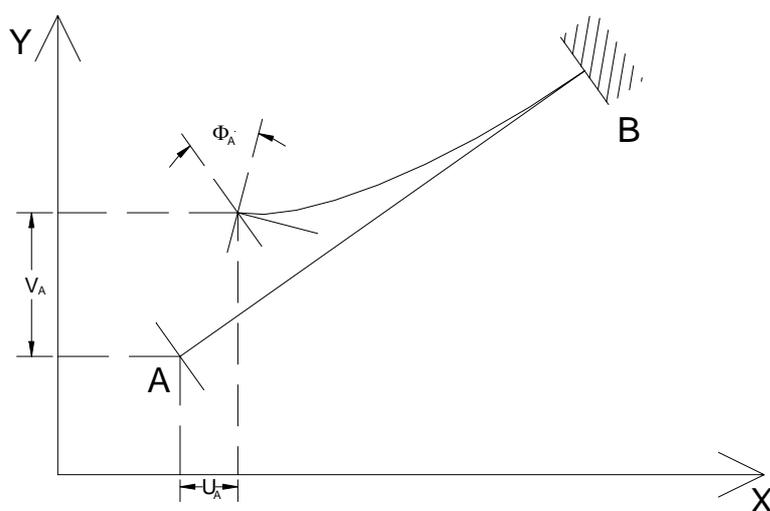


Fig. 6

Ci si chiede l'azione complessiva che occorre esplicitare sul nodo A . Questa azione è costituita da una coppia M_A e da due forze X_A e Y_A parallele agli assi di riferimento, quantità che, per la tacita linearità delle deformazioni, possono determinarsi applicando le precedenti relazioni ed il principio di sovrapposizione degli effetti.

Le azioni del nodo A sull'asta, relative alla sola rotazione Φ_A , sono date (v. Fig. 7), per la (1.1) e (1.2),

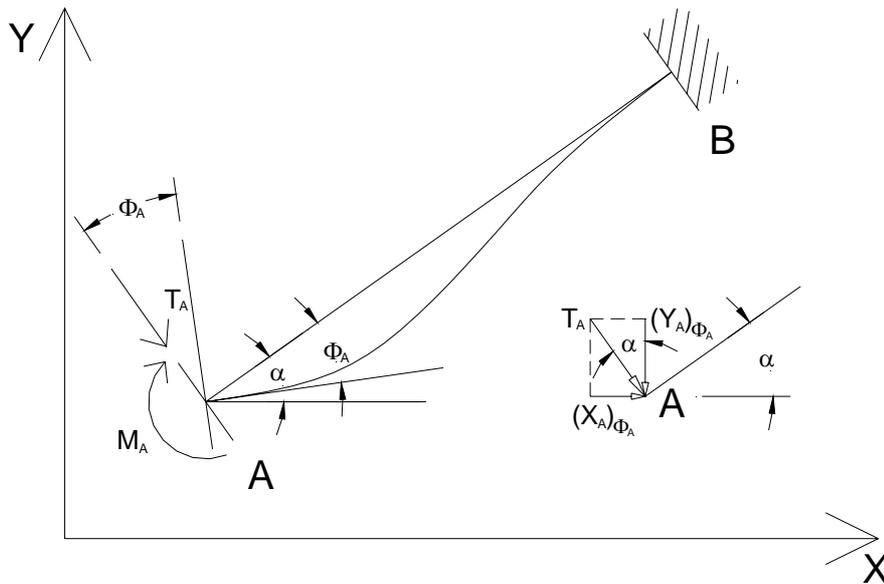


Fig. 7

$$(M_A)_{\Phi_A} = \frac{4EI}{l} \Phi_A \quad (1.9)$$

$$(X_A)_{\Phi_A} = \frac{6EI}{l^2} \Phi_A \sin \alpha \quad (1.10)$$

$$(Y_A)_{\Phi_A} = -\frac{6EI}{l^2} \Phi_A \cos \alpha \quad (1.11)$$

Nella stessa fig. 7 viene anche decomposta la forza T_A secondo gli assi di riferimento.

Le azioni del nodo A sull'asta, relative alla sola traslazione U_A (v. Fig. 8), sono date, per la (1.3), (1.4) e (1.5),

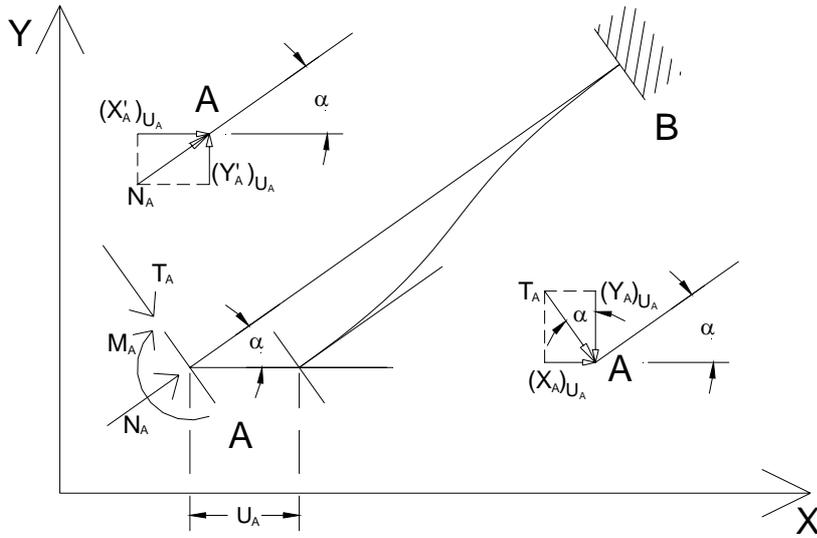


Fig. 8

$$(M_A)_{U_A} = \frac{6EI}{l^2} U_A \sin \alpha \quad (1.12)$$

$$(X_A)_{U_A} = \left(\frac{12EI}{l^3} U_A \sin \alpha \right) \sin \alpha + \left(\frac{EA}{l} U_A \cos \alpha \right) \cos \alpha \quad (1.13)$$

$$(Y_A)_{U_A} = - \left(\frac{12EI}{l^3} U_A \sin \alpha \right) \cos \alpha + \left(\frac{EA}{l} U_A \cos \alpha \right) \sin \alpha \quad (1.14)$$

Analogamente, le azioni del nodo A sull'asta, relative alla sola traslazione V_A (Fig. 9),

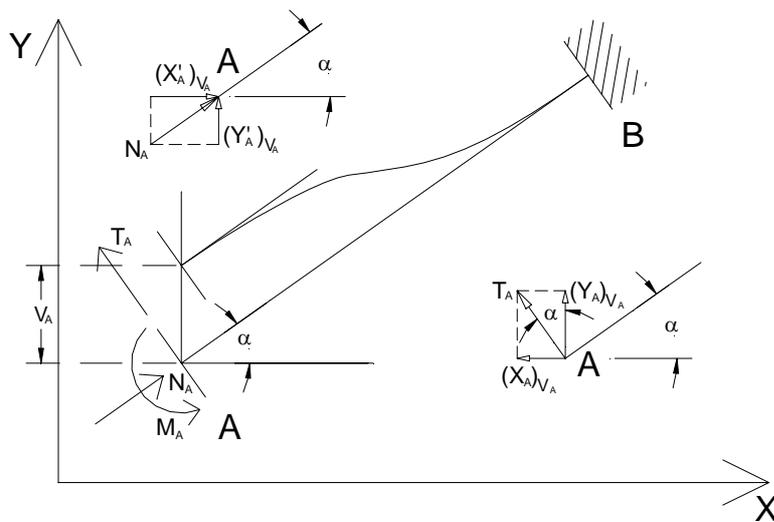


Fig. 9

sono date

$$(M_A)_{V_A} = -\frac{6EI}{l^2} V_A \cos \alpha \quad (1.15)$$

$$(X_A)_{V_A} = -\left(\frac{12EI}{l^3} V_A \cos \alpha\right) \sin \alpha + \left(\frac{EA}{l} V_A \sin \alpha\right) \cos \alpha \quad (1.16)$$

$$(Y_A)_{V_A} = \left(\frac{12EI}{l^3} V_A \cos \alpha\right) \cos \alpha + \left(\frac{EA}{l} V_A \sin \alpha\right) \sin \alpha . \quad (1.17)$$

Per la sola rotazione Φ_B del nodo B (Fig. 10)

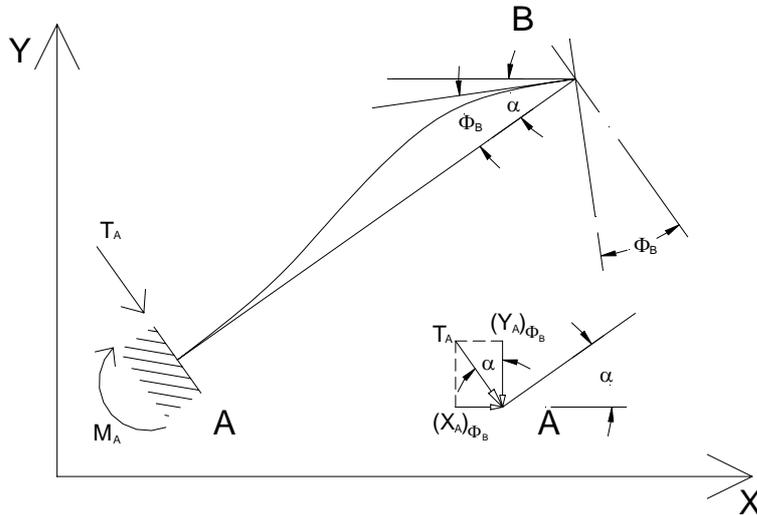


Fig. 10

si ottiene

$$(M_A)_{\Phi_B} = \frac{2EI}{l} \Phi_B \quad (1.18)$$

$$(X_A)_{\Phi_B} = \frac{6EI}{l^2} \Phi_B \sin \alpha \quad (1.19)$$

$$(Y_A)_{\Phi_B} = -\frac{6EI}{l^2} \Phi_B \cos \alpha \quad (1.20)$$

Per il solo spostamento U_B del nodo B si ha (Fig. 11)

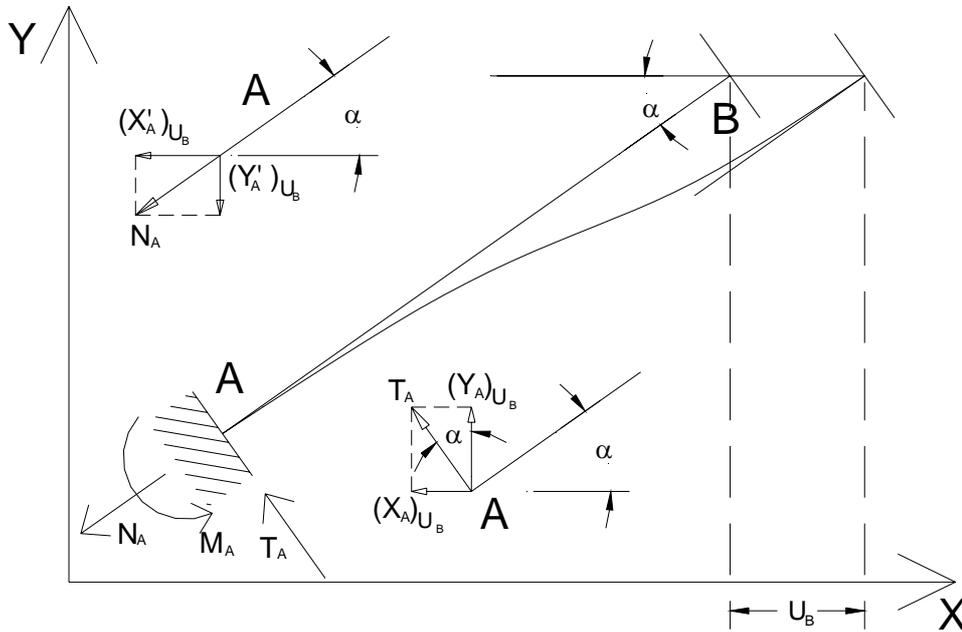


Fig. 11

$$(M_A)_{U_B} = -\frac{6EI}{l^2} U_B \sin \alpha \quad (1.21)$$

$$(X_A)_{U_B} = -\left(\frac{12EI}{l^3} U_B \sin \alpha\right) \sin \alpha - \left(\frac{EA}{l} U_B \cos \alpha\right) \cos \alpha \quad (1.22)$$

$$(Y_A)_{U_B} = \left(\frac{12EI}{l^3} U_B \sin \alpha\right) \cos \alpha - \left(\frac{EA}{l} U_B \cos \alpha\right) \sin \alpha \quad (1.23)$$

Uno spostamento V_B (Fig. 12)

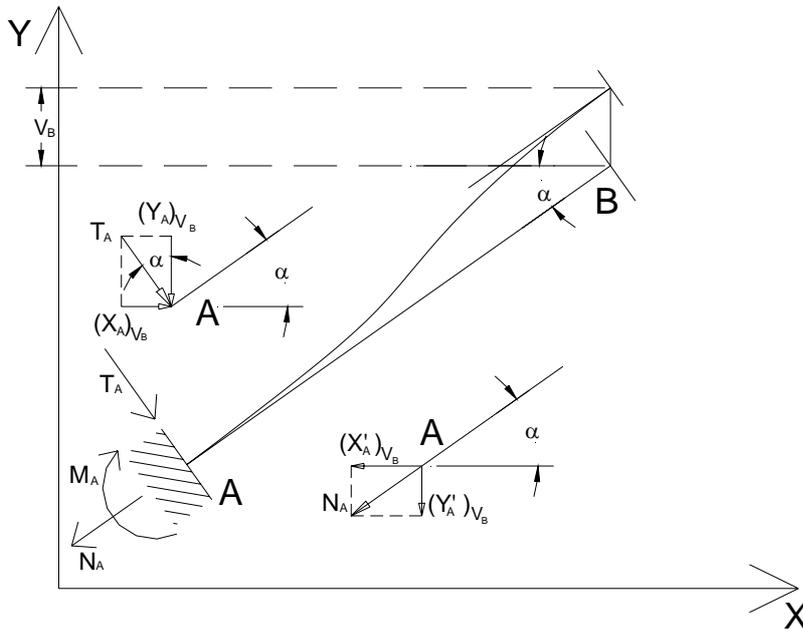


Fig. 12

da origine alle azioni

$$(M_A)_{V_B} = \frac{6EI}{l^2} V_B \cos \alpha \quad (1.24)$$

$$(X_A)_{V_B} = \left(\frac{12EI}{l^3} V_B \cos \alpha \right) \sin \alpha - \left(\frac{EA}{l} V_B \sin \alpha \right) \cos \alpha \quad (1.25)$$

$$(Y_A)_{V_B} = - \left(\frac{12EI}{l^3} V_B \cos \alpha \right) \cos \alpha - \left(\frac{EA}{l} V_B \sin \alpha \right) \sin \alpha \quad (1.26)$$

Azioni dovute ai carichi

Siano dati i carichi q_v e q_o per metro lineare di trave¹, assunti positivi quelli in figura, agenti sulla generica asta della struttura

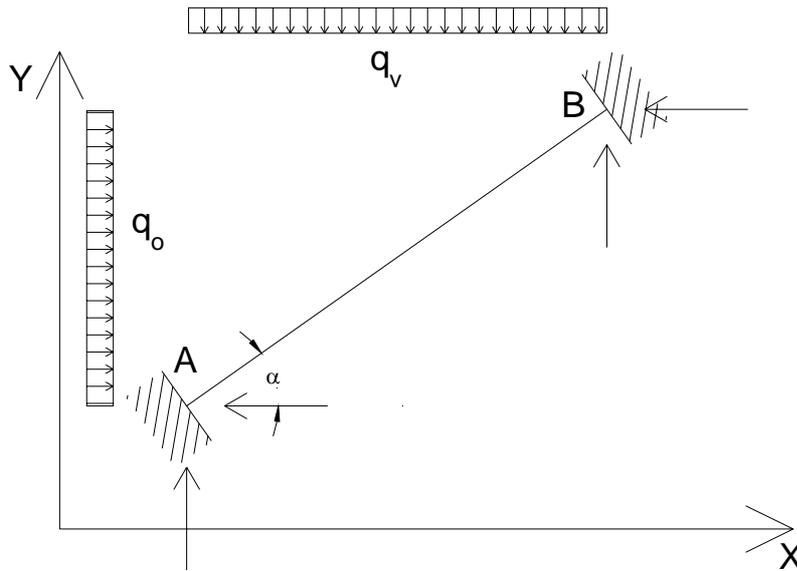


Fig. 13

L'azione del nodo A sull'asta, per reazione, è costituita da una coppia² e dalle forze seguenti

$$(M_A)_{v,o} = -\frac{1}{12}(q_v \cos \alpha + q_o \sin \alpha)l^2 \quad (1.27)$$

$$(X_A)_o = -\frac{q_o l}{2} \quad (1.28)$$

$$(Y_A)_v = \frac{q_v l}{2} \quad (1.29)$$

¹ Moltiplicando q_v e q_o per la lunghezza **effettiva** della trave si ottengono rispettivamente le due forze verticali ed orizzontali che agiscono su di essa.

² La forza, per metro lineare, ortogonale all'asse della trave è pari rispettivamente

$$q_v \cos \alpha \quad e \quad q_o \sin \alpha.$$

Reazioni vincolari

Data una qualsiasi asta i cui nodi A e B si spostano delle quantità note $\Phi_A, U_A, V_A, \Phi_B, U_B, V_B$ attraverso le relazioni precedenti è possibile calcolare le azioni esplicate dai vincoli applicati in A e B . Attraverso il principio di sovrapposizione degli effetti si ottengono le seguenti relazioni:

$$\begin{aligned}
 M_A = & -M_e - \frac{1}{12}(q_v \cos \alpha + q_o \sin \alpha)l^2 + \left(\frac{4EI}{l}\right)\Phi_A + \\
 & \left(\frac{2EI}{l}\right)\Phi_B + \left(\frac{6EI}{l^2}\sin \alpha\right)U_A - \left(\frac{6EI}{l^2}\cos \alpha\right)V_A - \\
 & \left(\frac{6EI}{l^2}\sin \alpha\right)U_B + \left(\frac{6EI}{l^2}\cos \alpha\right)V_B
 \end{aligned} \tag{1.30}$$

$$\begin{aligned}
 X_A = & -F_o - \frac{q_o l}{2} + \left(\frac{6EI}{l^2}\sin \alpha\right)\Phi_A + \left(\frac{6EI}{l^2}\sin \alpha\right)\Phi_B \\
 & + \left(\frac{12EI}{l^3}\sin^2 \alpha + \frac{EA}{l}\cos^2 \alpha\right)U_A + \left(\left(\frac{EA}{l} - \frac{12EI}{l^3}\right)\sin \alpha \cos \alpha\right)V_A \\
 & - \left(\frac{12EI}{l^3}\sin^2 \alpha + \frac{EA}{l}\cos^2 \alpha\right)U_B + \left(\left(\frac{12EI}{l^3} - \frac{EA}{l}\right)\sin \alpha \cos \alpha\right)V_B
 \end{aligned} \tag{1.31}$$

$$\begin{aligned}
 Y_A = & -F_v - \frac{q_v l}{2} - \left(\frac{6EI}{l^2}\cos \alpha\right)\Phi_A - \left(\frac{6EI}{l^2}\cos \alpha\right)\Phi_B \\
 & + \left(\left(\frac{EA}{l} - \frac{12EI}{l^3}\right)\sin \alpha \cos \alpha\right)U_A + \left(\frac{12EI}{l^3}\cos^2 \alpha + \frac{EA}{l}\sin^2 \alpha\right)V_A \\
 & + \left(\left(\frac{12EI}{l^3} - \frac{EA}{l}\right)\sin \alpha \cos \alpha\right)U_B - \left(\frac{12EI}{l^3}\cos^2 \alpha + \frac{EA}{l}\sin^2 \alpha\right)V_B
 \end{aligned} \tag{1.32}$$

Le forze esterne puntuali applicate direttamente al nodo M_e, F_o e F_v sono assunte positive quando sono conformi a quelle che si ricavano dalla seguente Fig. 14.

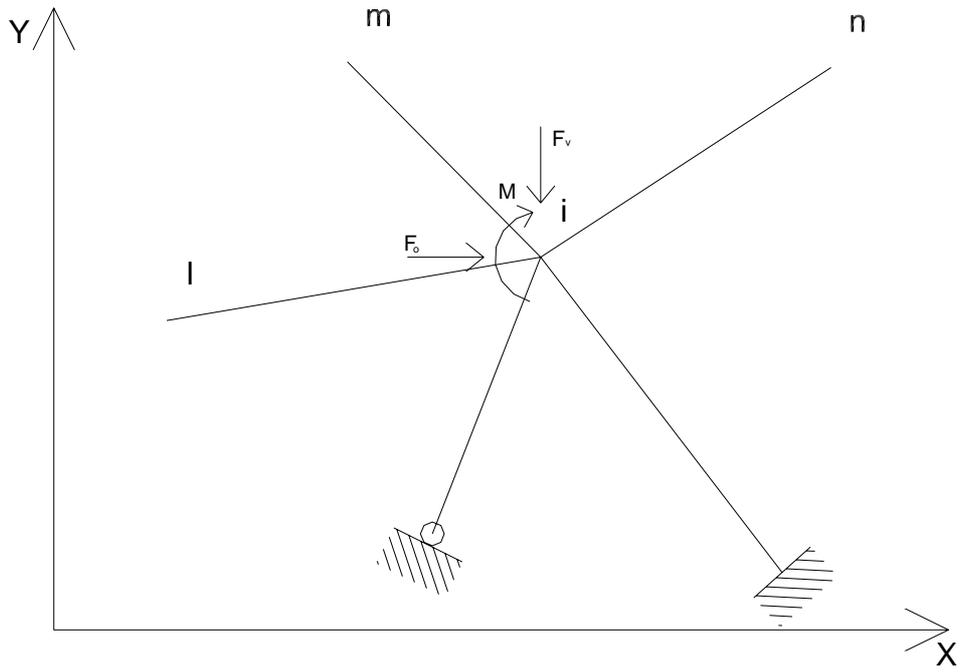


Fig. 14

Strutture monodimensionali piane

Se nel generico nodo i della struttura piana concorrono l, m, n, \dots aste ed il nodo i ruota e si sposta delle quantità Φ_i, U_i e V_i , mentre le altre estremità delle stesse aste ruotano e si spostano di altre quantità Φ_j, U_j e V_j

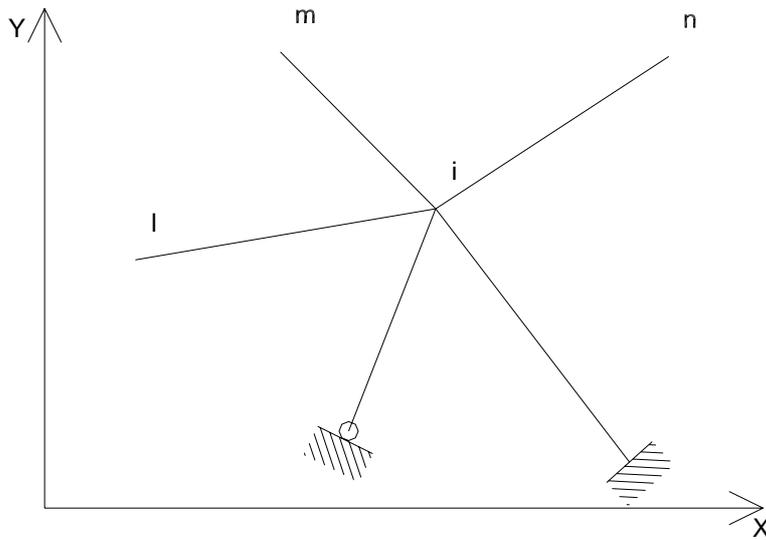


Fig. 15

l'azione esterna complessiva che occorre esplicare sul nodo i è evidentemente data dalla coppia

$$\begin{aligned}
 M_i = & -M_{ie} - \frac{1}{12} \sum_{j=l}^{j=n} (q_{vj} \cos \alpha_j + q_{oj} \sin \alpha_j) l_j^2 + \Phi_i \sum_{j=l}^{j=n} \left(\frac{4E_j I_j}{l_j} \right) + \\
 & \sum_{j=l}^{j=n} \left(\frac{2E_j I_j}{l_j} \right) \Phi_j + U_i \sum_{j=l}^{j=n} \left(\frac{6E_j I_j}{l_j^2} \sin \alpha_j \right) - V_i \sum_{j=l}^{j=n} \left(\frac{6E_j I_j}{l_j^2} \cos \alpha_j \right) \\
 & - \sum_{j=l}^{j=n} \left(\frac{6E_j I_j}{l_j^2} \sin \alpha_j \right) U_j + \sum_{j=l}^{j=n} \left(\frac{6E_j I_j}{l_j^2} \cos \alpha_j \right) V_j
 \end{aligned} \tag{1.33}$$

e dalle forze

$$\begin{aligned}
 X_i = & -F_{io} - \sum_{j=1}^{j=n} \frac{q_{oj} l_j}{2} + \\
 & \Phi_i \sum_{j=1}^{j=n} \left(\frac{6E_j I_j}{l_j^2} \sin \alpha_j \right) + \sum_{j=1}^{j=n} \left(\frac{6E_j I_j}{l_j^2} \sin \alpha_j \right) \Phi_j + \\
 & U_i \sum_{j=1}^{j=n} \left(\frac{12E_j I_j}{l_j^3} \sin^2 \alpha_j + \frac{E_j A_j}{l_j} \cos^2 \alpha_j \right) + \\
 & V_i \sum_{j=1}^{j=n} \left(\left(\frac{E_j A_j}{l_j} - \frac{12E_j I_j}{l_j^3} \right) \sin \alpha_j \cos \alpha_j \right) - \\
 & \sum_{j=1}^{j=n} \left(\frac{12E_j I_j}{l_j^3} \sin^2 \alpha_j + \frac{E_j A_j}{l_j} \cos^2 \alpha_j \right) U_j + \\
 & \sum_{j=1}^{j=n} \left(\left(\frac{12E_j I_j}{l_j^3} - \frac{E_j A_j}{l_j} \right) \sin \alpha_j \cos \alpha_j \right) V_j
 \end{aligned} \tag{1.34}$$

$$\begin{aligned}
 Y_i = & F_{iv} - \sum_{j=1}^{j=n} \frac{q_{vj} l_j}{2} - \\
 & \Phi_i \sum_{j=1}^{j=n} \left(\frac{6E_j I_j}{l_j^2} \cos \alpha_j \right) - \sum_{j=1}^{j=n} \left(\frac{6E_j I_j}{l_j^2} \cos \alpha_j \right) \Phi_j + \\
 & + U_i \sum_{j=1}^{j=n} \left(\left(\frac{E_j A_j}{l_j} - \frac{12E_j I_j}{l_j^3} \right) \sin \alpha_j \cos \alpha_j \right) + \\
 & V_i \sum_{j=1}^{j=n} \left(\frac{12E_j I_j}{l_j^3} \cos^2 \alpha_j + \frac{E_j A_j}{l_j} \sin^2 \alpha_j \right) + \\
 & + \sum_{j=1}^{j=n} \left(\left(\frac{12E_j I_j}{l_j^3} - \frac{E_j A_j}{l_j} \right) \sin \alpha_j \cos \alpha_j \right) U_j - \\
 & \sum_{j=1}^{j=n} \left(\frac{12E_j I_j}{l_j^3} \cos^2 \alpha_j + \frac{E_j A_j}{l_j} \sin^2 \alpha_j \right) V_j
 \end{aligned} \tag{1.35}$$

Occorre esplicitamente osservare che le precedenti relazioni impongono automaticamente la congruenza degli spostamenti delle aste che confluiscono nel generico nodo i . Come può, ad esempio, evincersi dalla (1.33) tutte le aste che confluiscono nel generico nodo i hanno la stessa rotazione Φ_i , infatti detta grandezza è esterna al simbolo di \sum , così come pure gli spostamenti U_i e V_i .

L'equilibrio

Supponiamo che un determinato telaio piano, sotto l'azione di un sistema di forze, abbia raggiunto la posizione di equilibrio. E' evidente che in tal caso, le azioni esterne che un determinato operatore dovrebbe esplicare sui suoi nodi per tenerli fermi nelle raggiunte posizioni di equilibrio debbono essere nulle³. Pertanto si hanno, per il generico nodo i , le tre equazioni

$$\begin{aligned}
 & \Phi_i \sum_{j=1}^{j=n} \left(\frac{4E_j I_j}{l_j} \right) + \sum_{j=1}^{j=n} \left(\frac{2E_j I_j}{l_j} \right) \Phi_j + \\
 & + U_i \sum_{j=1}^{j=n} \left(\frac{6E_j I_j}{l_j^2} \sin \alpha_j \right) - \\
 & + V_i \sum_{j=1}^{j=n} \left(\frac{6E_j I_j}{l_j^2} \cos \alpha_j \right) + \\
 & - \sum_{j=1}^{j=n} \left(\frac{6E_j I_j}{l_j^2} \sin \alpha_j \right) U_j + \\
 & + \sum_{j=1}^{j=n} \left(\frac{6E_j I_j}{l_j^2} \cos \alpha_j \right) V_j = \\
 & = M_{ie} + \frac{1}{12} \sum_{j=1}^{j=n} (q_{vj} \cos \alpha_j + q_{oj} \sin \alpha_j) l_j^2
 \end{aligned} \tag{1.36}$$

³ Come questo Principio di equilibrio possa essere generalizzato e possa costituire un importante algoritmo per la determinazione dell'equilibrio di una qualsiasi struttura deformabile sarà oggetto di una successiva nota.

$$\begin{aligned}
 & \Phi_i \sum_{j=1}^{j=n} \left(\frac{6E_j I_j}{l_j^2} \sin \alpha_j \right) + \sum_{j=1}^{j=n} \left(\frac{6E_j I_j}{l_j^2} \sin \alpha_j \right) \Phi_j + \\
 & + U_i \sum_{j=1}^{j=n} \left(\frac{12E_j I_j}{l_j^3} \sin^2 \alpha_j + \frac{E_j A_j}{l_j} \cos^2 \alpha_j \right) + \\
 & + V_i \sum_{j=1}^{j=n} \left(\left(\frac{E_j A_j}{l_j} - \frac{12E_j I_j}{l_j^3} \right) \sin \alpha_j \cos \alpha_j \right) + \\
 & - \sum_{j=1}^{j=n} \left(\frac{12E_j I_j}{l_j^3} \sin^2 \alpha_j + \frac{E_j A_j}{l_j} \cos^2 \alpha_j \right) U_j + \\
 & + \sum_{j=1}^{j=n} \left(\left(\frac{12E_j I_j}{l_j^3} - \frac{E_j A_j}{l_j} \right) \sin \alpha_j \cos \alpha_j \right) V_j \\
 & = F_{oi} + \sum_{j=1}^{j=n} \frac{q_{oj} l}{2}
 \end{aligned} \tag{1.37}$$

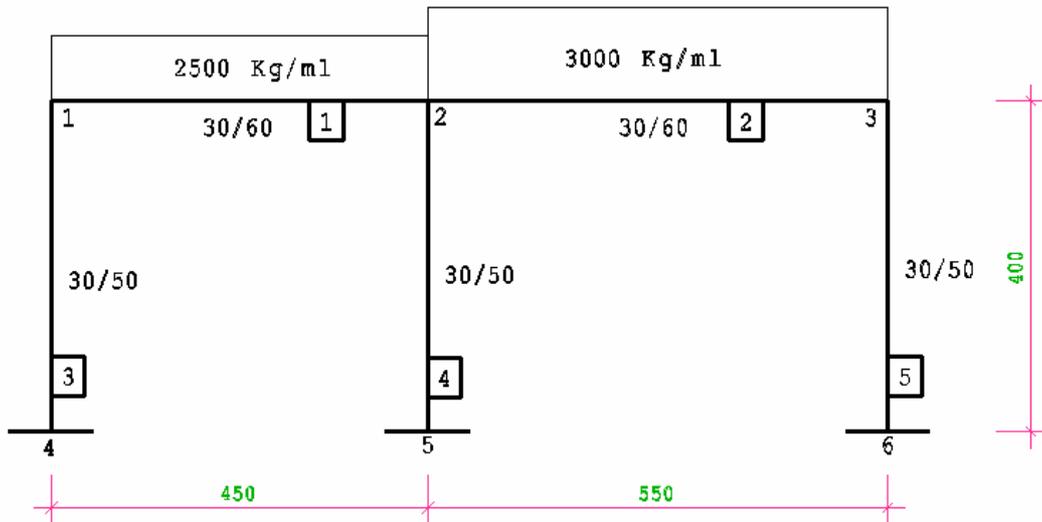
$$\begin{aligned}
 & \Phi_i \sum_{j=1}^{j=n} \left(\frac{6E_j I_j}{l_j^2} \cos \alpha_j \right) - \sum_{j=1}^{j=n} \left(\frac{6E_j I_j}{l_j^2} \cos \alpha_j \right) \Phi_j + \\
 & + U_i \sum_{j=1}^{j=n} \left(\left(\frac{E_j A_j}{l_j} - \frac{12E_j I_j}{l_j^3} \right) \sin \alpha_j \cos \alpha_j \right) + \\
 & + V_i \sum_{j=1}^{j=n} \left(\frac{12E_j I_j}{l_j^3} \cos^2 \alpha_j + \frac{E_j A_j}{l_j} \sin^2 \alpha_j \right) + \\
 & + \sum_{j=1}^{j=n} \left(\left(\frac{12E_j I_j}{l_j^3} - \frac{E_j A_j}{l_j} \right) \sin \alpha_j \cos \alpha_j \right) U_j - \\
 & + \sum_{j=1}^{j=n} \left(\frac{12E_j I_j}{l_j^3} \cos^2 \alpha_j + \frac{E_j A_j}{l_j} \sin^2 \alpha_j \right) V_j \\
 & = -F_v + \sum_{j=1}^{j=n} \frac{q_{vj} l_j}{2}
 \end{aligned} \tag{1.38}$$

che vanno applicate ad ogni nodo della struttura per ottenere il sistema lineare che permette di determinare l'insieme degli spostamenti nodali.

Risolto detto sistema le equazioni (1.33), (1.34) e (1.35) consentono di determinare le sollecitazioni che nascono agli estremi di ogni trave.

Un esempio di calcolo

Sia dato il telaio della figura che segue.



Nodo	x[cm]	y[cm]
1	0.00	400.00
2	450.00	400.00
3	1000.00	400.00
4	0.00	0.00
5	450.00	0.00
6	1000.00	0.00

Applichiamo le equazioni tre equazioni (1.36), (1.37) e (1.38) ai nodi della struttura. In tal caso, assunto $E = 250.000 \text{ Kg/cm}^2$ per tutte le aste, avremo quanto segue.

Le tabelle che seguono (1.39), (1.40) e (1.41), che per una questione tipografica sono separate, vanno affiancate una di seguito all'altra. Con ciò si può notare che la matrice è simmetrica rispetto alla diagonale principale.

Tabella (1.39)

Φ_1	U_1	V_1	
1.981250×10^9	-2.929688×10^6	-4.000000×10^6	
-2.929688×10^6	1.014648×10^6	0	
-4.000000×10^6	0	9.552778×10^5	
6.000000×10^8	0	-4.000000×10^6	(1.39)
0	-1.000000×10^6	0	
4.000000×10^6	0	-1.777778×10^4	
0	0	0	
0	0	0	
0	0	0	

Tabella (1.40)

Φ_2	U_2	V_2	
6.000000×10^8	0	4.000000×10^6	
0	-1.000000×10^6	0	
-4.000000×10^6	0	-1.777778×10^4	
2.963068×10^9	-2.929688×10^6	1.322314×10^6	
-2.929688×10^6	1.832830×10^6	0	(1.40)
1.322314×10^6	0	9.650148×10^5	
4.909091×10^8	0	-2.677686×10^6	
0	-8.181818×10^5	0	
2.677686×10^6	0	-9.737040×10^3	

Tabella (1.41)

Φ_3	U_3	V_3	$T.N.$	
0	0	0	-421875	
0	0	0	0	
0	0	0	5625	
4.90909×10^8	0	2.677686×10^6	-334375	
0	-8.181818×10^5	0	0	(1.41)
-2.677686×10^6	0	-9.737040×10^3	13875	
1.763068×10^9	-2.929688×10^6	2.677686×10^6	756250	
-2.929688×10^6	8.328303×10^5	0	0	
2.677686×10^6	0	9.472370×10^5	8250	

La soluzione del precedente sistema ha la seguente soluzione

$$\begin{aligned}
 \Phi_1 & \text{ rad} & +1.732656 \times 10^{-4} \\
 U_1 & \text{ cm.} & -1.078554 \times 10^{-2} \\
 V_1 & \text{ cm.} & -4.812004 \times 10^{-3} \\
 \Phi_2 & \text{ rad} & +1.588650 \times 10^{-4} \\
 U_2 & \text{ cm.} & -1.145114 \times 10^{-2} \\
 V_2 & \text{ cm.} & -1.689318 \times 10^{-2} \\
 \Phi_3 & \text{ rad} & -5.085067 \times 10^{-4} \\
 U_3 & \text{ cm.} & -1.303853 \times 10^{-2} \\
 V_3 & \text{ cm.} & -7.894813 \times 10^{-3}
 \end{aligned}
 \tag{1.42}$$

Conosciuti gli spostamenti di ogni nodo, le formule (1.33), (1.34) e (1.35) permettono di determinare le sollecitazioni alle estremità di ogni asta.

In tal caso si ha

<i>Nodo</i>	<i>asta</i>	$M[Kgm]$	$T[Kg]$	$N[Kg]$	
1	1	-1.670	+4.511	+666	
1	3	+1.670	-666	+4.511	
2	1	+6.681	-6.739	+666	
2	2	-8.258	+9.099	+1.299	
2	4	+1.577	-633	+15.837	(1.43)
3	2	+3.591	-7.401	+1.299	
3	5	-3.591	+1.299	+7.401	
4	3	+993	-666	+4.511	
5	4	+956	-633	+15.837	
6	5	-1.664	+1.299	+7.401	

Riepilogando si può dire che le tre equazioni (1.36), (1.37) e (1.38), applicate ai nodi di una qualsiasi struttura monodimensionale piana, consentono di scrivere il sistema avente per incognite gli spostamenti dei nodi stessi. Da questi ultimi si risale alle sollecitazioni esistenti agli estremi delle aste.

Considerazioni

Le tre equazioni trovate in precedenza, che consentono di scrivere in modo automatico il sistema lineare associato alla generica struttura sottoposta a studio, possono evidentemente ottenersi anche sviluppando i prodotti matriciali degli elementi che compongono la detta struttura [3].

Ma è evidente che le dette equazioni, che possono essere perfezionate ad esempio con l'introduzione della trave su suolo elastico, consentono un notevole risparmio di memoria e di tempi di esecuzione del calcolo di una struttura, ma non risolvono, al pari del cosiddetto metodo delle matrici, la tematica connessa alle strutture di grandi dimensioni ed alla problematica legata alla soluzione del relativo sistema di equazioni.

Nello nota che seguirà [4] si affronterà quest'ultima problematica.

E' possibile scaricare il perfettibile file Tel5000 che gira sotto DOS (Gwbasic) e risolve le strutture monodimensionali piane con l'uso della presente impostazione.

Bibliografia

- [1] Odone Belluzzi **Scienza delle Costruzioni** Zanichelli Editore Vol. I^o (1967)
- [2] Vincenzo Franciosi **Scienza delle Costruzioni** Liguori Editore Vol. III^o tomo II (1970)
- [3] Michele Capurso **Introduzione al Calcolo Automatico delle Strutture** A. Cremonese Editore (1981)
- [4] Carlo Santagata **Sull'equilibrio di un qualsiasi sistema deformabile**
www.carlosantagata.it (2005)