

Carlo Santagata

## La nuova soluzione della Catastrofe Ultravioletta di Rayleigh-Jeans e la *nuova forma di energia*

27 giugno 2005

[info@carlosantagata.it](mailto:info@carlosantagata.it)

### Abstract

E' possibile individuare in modo preciso l'errore insito nel modello adottato da Lord Rayleigh e Sir James Jeans (R&J) [8] la cui soluzione conduce alla famosa catastrofe ultravioletta. L'individuazione del corretto modello da adottare conduce ad una nuova formula che si accorda ai risultati sperimentali del Corpo Nero e che, a differenza di quella proposta da Planck [9], prevede l'esistenza di una nuova forma di energia che da conto anche dei fenomeni di radioattività. Essa permette inoltre di determinare la temperatura oltre la quale la materia è allo stato di plasma (IV stato della materia) e consente di stabilire la distribuzione energetica in questo stato.

E' anche possibile capire che l'ipotesi di Planck, secondo la quale l'energia è quantizzata, non può prevedere questa nuova forma di energia, in quanto, pur se essa è essenzialmente corretta, è altrettanto fortemente limitata. Infatti è possibile dimostrare sia sperimentalmente e teoricamente [1] che l'ipotesi di Planck secondo il quale  $E = h\nu n$ , fondamentale piattaforma dell'attuale Meccanica Quantistica, è rigorosamente riconducibile alla **classica teoria delle risonanze** [1], fenomeno che si verifica solo per dipoli legati. Essa dunque non può descrivere anche gli effetti della ionizzazione ai quali va attribuita questa nuova forma di energia.

## Introduzione

Secondo la relazione di Larmor [2] la potenza emessa da un dipolo oscillante è data dalla nota relazione

$$W = \frac{2q^2 a^2}{3C^3} \quad (1.1)$$

dove  $q$  è la carica oscillante,  $a$  è la sua accelerazione media e  $C$  è la velocità della luce.

Rayleigh e Jeans (R.&J.) considerano un oscillatore *armonico* per il quale è verificata la nota relazione

$$m a = -\bar{k} x, \quad (1.2)$$

Da questa relazione si ha che

$$a^2 = \left(\frac{\bar{k}x}{m}\right)^2 = \frac{\bar{k}}{m} 2\left(\frac{1}{2}mv^2\right) = \frac{1}{m}mv^2(2\pi\nu)^2. \quad (1.3)$$

Ora la potenza che un campo di radiazione con distribuzione spettrale  $E(\nu, T)$  cede all'oscillatore è [2]

$$W' = \frac{\pi q^2}{3m} E(\nu, T). \quad (1.4)$$

In condizioni stazionarie deve essere  $W = W'$  e quindi si ha

$$E(\nu, T) = \frac{8\pi\nu^2}{C^3} mv^2. \quad (1.5)$$

Poiché dalla Meccanica Classica si ha che

$$mv^2 = kT,$$

si ottiene

$$E(\nu, T) = \frac{8\pi kT}{C^3} \nu^2. \quad (1.6)$$

Questa relazione, scritta in funzione della lunghezza d'onda ed indicando con  $P_{Vol}$  la potenza per unità di volume diventa

$$P_{Vol} = C \frac{kT}{\lambda^4}, \quad (1.7)$$

la quale conduce alla catastrofe ultravioletta.

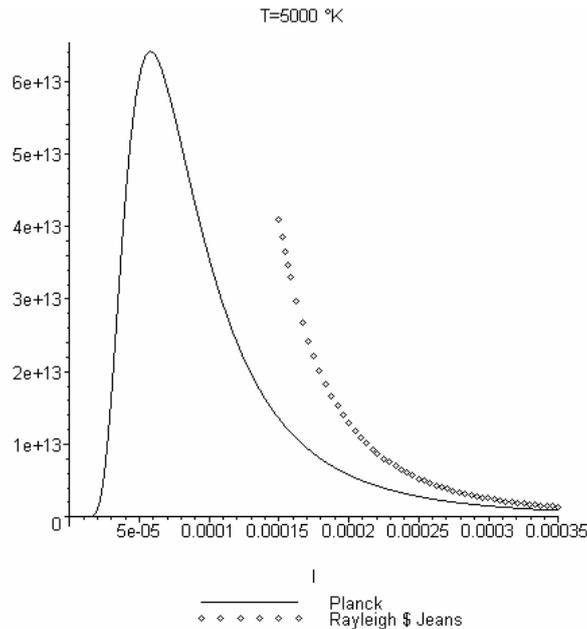


fig. 1

Come si vede dalla fig. 1, anche se la formula di R.&J. conduce alla catastrofe ultravioletta, pur sempre essa, per valori di  $\lambda$  crescenti tende alla soluzione esatta. Come osserva anche T. Kuhn [3], purtroppo però non c'è nulla di comune tra la (1.7) e la formula di Planck

$$P = \frac{hC^2}{\lambda^5} \frac{1}{\exp\left(\frac{hC}{kT\lambda}\right) - 1} \quad (1.8)$$

a meno che non si sostituisca nell'una o nell'altra delle due soluzioni la relazione

$$\frac{hC}{\lambda} = kT, \quad (1.9)$$

nel qual caso né l'una né l'altra riuscirebbero a riprodurre fedelmente i risultati sperimentali.

Questa potrebbe sembrare una questione marginale, viste le conferme *a posteriori* ottenute dalla M.Q. ma, come meglio vedremo, essa è invece di estrema importanza.

Osserviamo subito che il modello adottato da R.&J. è costituito dall'oscillatore armonico. Esso notoriamente è la proiezione sull'asse delle ascisse di massa che si muove su di una circonferenza e quindi la situazione è analoga a quella di un astronomo moderno che volesse scrivere le effemeridi di un pianeta ignorando che, in genere, le orbite descritte in un campo centrale con una legge inversamente proporzionale al quadrato della distanza sono delle sezioni coniche. Il sospetto che il modello adottato da R.&J. sia perfettibile è rafforzato dal fatto che la soluzione di R.&J., per grandi lunghezze d'onda, tende ai risultati sperimentali.

## L'oscillatore kepleriano

Se consideriamo una massa che in un campo centrale coulombiano descrive una generica conica data dalla nota equazione

$$r = \frac{p}{1 + \varepsilon \cos \varphi} \quad (1.10)$$

e ci proponiamo lo studio del moto di detta massa sull'asse delle ascisse abbiamo che su tale asse essa è soggetta alla forza

$$F_x = \frac{e^2}{r^3} x \quad (1.11)$$

dove  $e$  è la carica dell'elettrone.

Ponendo

$$\cos(\varphi) = \frac{x}{r} \quad (1.12)$$

e

$$\omega^2 = \frac{e^2}{mp^3} \quad (1.13)$$

abbiamo che l'accelerazione è data dalla relazione

$$a = \frac{d^2 x}{dt^2} = - \frac{\omega^2 x}{\left(1 - \varepsilon \frac{x}{p}\right)^3} \quad (1.14)$$

la quale si riduce al modello adottato da R.&J. solo quando  $\varepsilon = 0$ .

La figura n. 2 che segue rappresenta la (1.10) per vari valori di  $\varepsilon$  il quale può appartenere all'intervallo

$$\varepsilon \in [0, \infty] \quad (1.15)$$

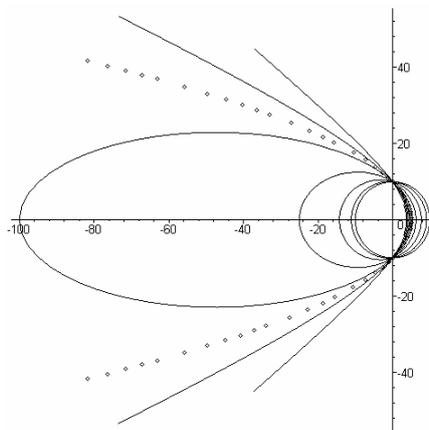


fig. 2

Essa sottolinea l'estrema povertà del modello usato da R.&J. e in gran parte della Fisica Teorica.

Poiché a noi interessa l'accelerazione media che subisce la massa e questa occupa mediamente la posizione [4]

$$\langle x \rangle = -\frac{3}{2} \frac{p \varepsilon}{(1 - \varepsilon^2)} \quad (1.16)$$

avremo che l'accelerazione media del dipolo kepleriano è data dalla relazione

$$\langle a \rangle = \left\langle \frac{d^2 x}{dt^2} \right\rangle = \frac{3}{2} p \omega^2 \frac{(1 - \varepsilon^2)^2 \varepsilon}{\left(1 + \frac{1}{2} \varepsilon^2\right)^3}. \quad (1.17)$$

Nella fig. 3 è rappresentato il quadrato della (1.17) in funzione di  $\varepsilon$ , nell'intervallo

$$\varepsilon \in [0, 1] \quad (1.18)$$

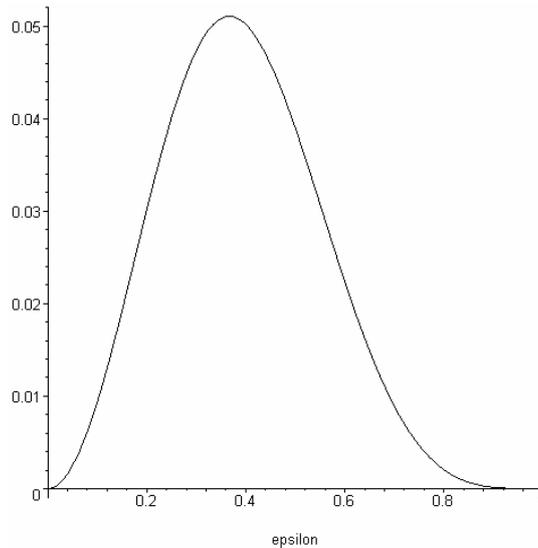


fig. 3

e che quindi rappresenta solo i dipoli legati.

La fig. (4) rappresenta invece sia i dipoli legati per i quali  $\varepsilon \in [0, 1]$ , che quelli ionizzati corrispondenti all'intervallo  $\varepsilon \in [1, \infty]$ .

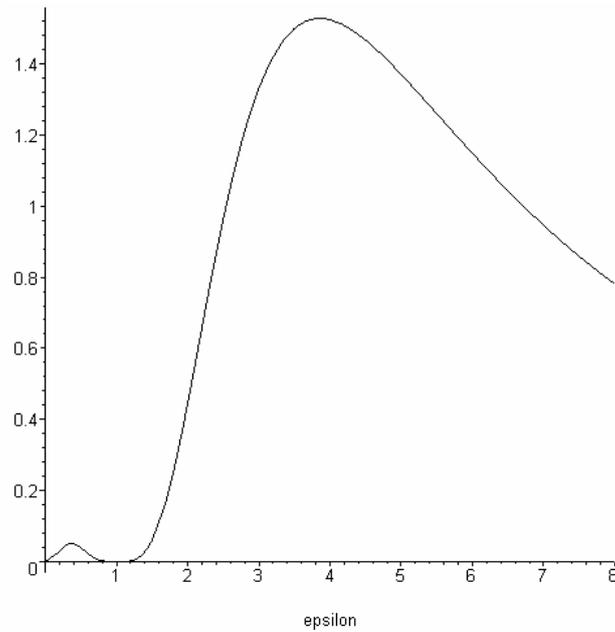


fig. 4

Prima di passare alla soluzione del problema del Corpo Nero è opportuna l'integrazione della (1.14). Per essa si ha

$$E_{tot} = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}m \frac{\omega^2 x^2}{\left(1 - \varepsilon \frac{x}{p}\right)^2} = m\bar{v}^2 + m \frac{\bar{\omega}^2 \bar{x}^2}{\left(1 - \varepsilon \frac{\bar{x}}{p}\right)^2} \quad (1.19)$$

e quindi l'energia totale si equipartisce tra quella cinetica e quella potenziale, quest'ultima data dall'equazione

$$E_{tot} = m \frac{\omega^2 \bar{x}^2}{\left(1 - \varepsilon \frac{\bar{x}}{p}\right)^2}. \quad (1.20)$$

Questa equazione, al variare di  $\varepsilon$ , è riportata in fig. 5.

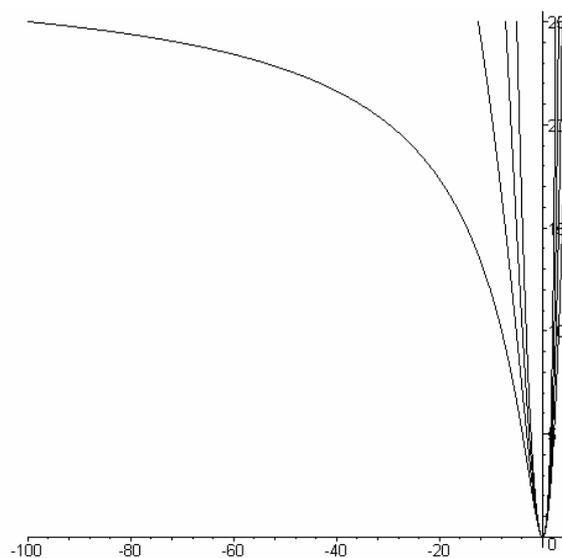


fig. 5

Se si ruota il grafico della fig. 5 si ha il disegno riportato in fig. 6

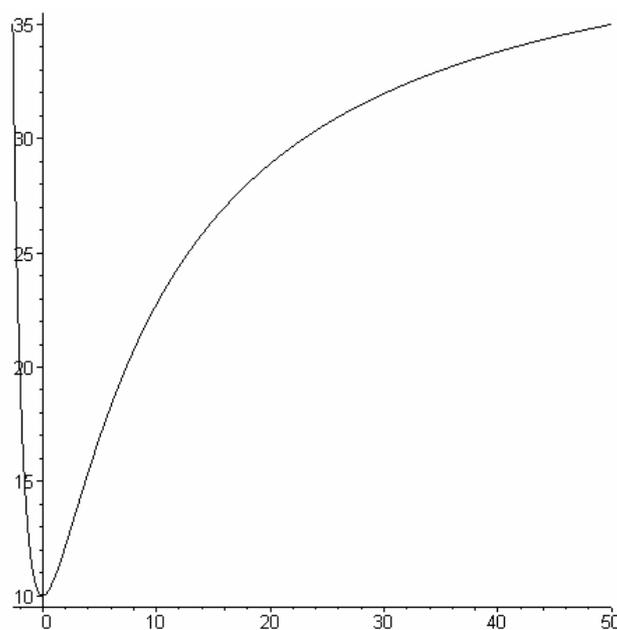


fig. 6

che è molto simile alle equazioni sperimentali di Morse e Rydberg relative alle molecole diatomiche [5] ed ottenuto con l'ipotesi di forze attrattive e repulsive del nucleo sulla carica esterna.

## La soluzione della catastrofe ultravioletta

Rifacendo il ragionamento di R.&J., sostituiamo all'accelerazione media dell'oscillatore armonico quella data dall'oscillatore kepleriano. In tal caso, per la (1.17), avremo che

$$E_{(v,T)} = \frac{2m\langle a \rangle^2}{\pi C^3} = \frac{2m}{\pi C^3} \left[ \frac{3}{2} p \bar{\omega}^2 \frac{(1-\varepsilon^2)^2 \varepsilon}{\left(1 + \frac{1}{2} \varepsilon^2\right)^3} \right]^2. \quad (1.21)$$

Atteso:

- che l'eccentricità è definita dal rapporto tra due lunghezze, porremo

$$\varepsilon = \frac{\lambda_o}{\lambda}; \quad (1.22)$$

- che l'accelerazione data dalla (1.17) è relativa ad un unico sistema di riferimento con l'origine nel fuoco di tutte le coniche rappresentate in fig. 2, mentre le lunghezze d'onda poste sull'asse delle ascisse e relative alla curva del corpo nero sono relative ad un sistema di riferimento esterno ai vari fuochi delle coniche, più esattamente scriveremo che

$$\varepsilon = \frac{\lambda_o}{\lambda_s + \lambda}; \quad (1.23)$$

- che le grandezze  $\lambda_o$  e  $\lambda_s$  possono essere definite dalle relazioni

$$\lambda_o = \alpha \frac{hC}{kT} \quad (1.24)$$

$$\lambda_o = \beta \frac{hC}{kT}, \quad (1.25)$$

dove  $\alpha$  e  $\beta$  sono costanti da determinarsi affinché la (1.21) rappresenti i risultati sperimentali, ciò detto si ha

$$E_{(v,T)} = \frac{2m\langle a \rangle^2}{\pi C^3} = \frac{9}{2} \frac{m}{\pi C^3} p^2 \bar{\omega}^4 \frac{\left(1 - \left(\frac{\lambda_o}{\lambda_s + \lambda}\right)^2\right)^4 \left(\frac{\lambda_o}{\lambda_s + \lambda}\right)^2}{\left(1 + \frac{1}{2} \left(\frac{\lambda_o}{\lambda_s + \lambda}\right)^2\right)^6} d\nu \quad (1.26)$$

oppure che

$$E_{(v,T)} = \frac{2m\langle a \rangle^2}{\pi C^3} = \frac{9}{2} \frac{kT}{\pi C^3} \left( 2\pi C \frac{\lambda_o}{\lambda} \right)^2 \frac{C}{(\lambda_s + \lambda)^4} \frac{\left( 1 - \left( \frac{\lambda_o}{\lambda_s + \lambda} \right)^2 \right)^4}{\left( 1 + \frac{1}{2} \left( \frac{\lambda_o}{\lambda_s + \lambda} \right)^2 \right)^6} d\lambda \quad (1.27)$$

e quindi la potenza volumica diventa

$$P_{Vol} = C \frac{kT}{(\lambda_s + \lambda)^4} \frac{\left( 1 - \left( \frac{\lambda_o}{\lambda_s + \lambda} \right)^2 \right)^4}{\left( 1 + \frac{1}{2} \left( \frac{\lambda_o}{\lambda_s + \lambda} \right)^2 \right)^6} d\lambda. \quad (1.28)$$

### Remark

Le posizioni (1.24) e (1.25) potrebbero sembrare ad hoc. Invece è opportuno osservare [6] che l'energia di un qualsiasi dipolo elettrico (non polarizzato) può scriversi

$$E = \frac{e^2}{\psi} = \frac{2\pi 137 e^2}{2\pi 137 \psi}$$

e ricordando che

$$2\pi 137 e^2 = hC$$

se si pone [1,6]

$$\lambda = 2\pi 137 \psi$$

si ottiene

$$E = \frac{hC}{\lambda}.$$

Per un particolare oscillatore del corpo nero (per esempio quello per il quale la potenza volumica  $P_{Vol}$  assume il massimo valore) si può scrivere

$$E = \frac{hC}{\lambda_{max}} = \alpha kT,$$

da cui discende che

$$\lambda_{max} = \frac{1}{\alpha} \frac{hC}{kT}$$

Ciò ovviamente vale anche per  $\bar{\lambda}$  che appare nella (1.28) e cioè possiamo dire che

$$\bar{\lambda} = \gamma \frac{hC}{kT}$$

e quindi il rapporto  $\lambda_o / \bar{\lambda}$  è una costante assoluta che non dipende dal valore assunto dalla temperatura.

Affinché la (1.28) rappresenti i risultati sperimentali (legge di Planck) occorre porre

$$\lambda_o = 0.1465 \frac{hC}{kT} \quad e \quad \lambda_s = 0.0929 \frac{hC}{kT} . \quad (1.29)$$

Questi valori possono comunque essere determinati con più precisione. La fig. n. 7

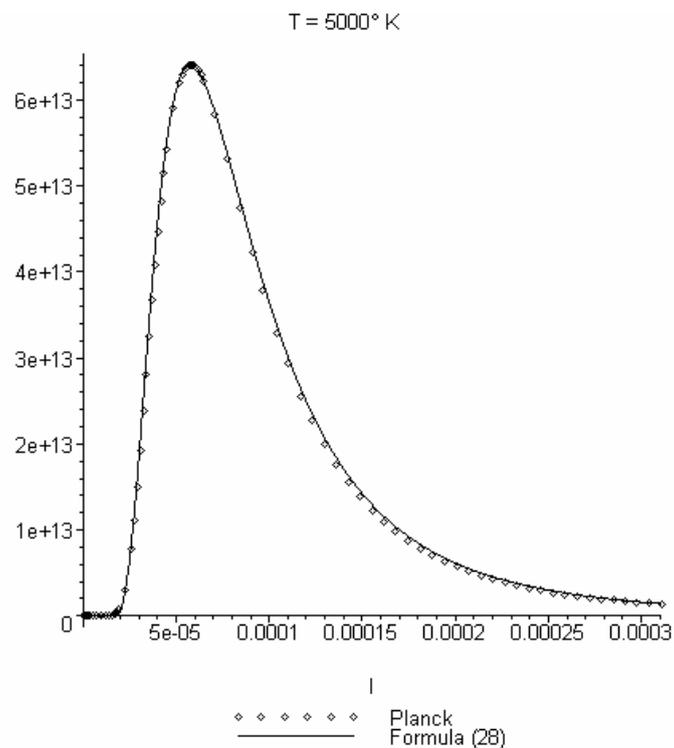


fig. 7

permette il confronto tra l'equazione di Planck e la (1.28) per una temperatura di 5000° K. La fig. n. 8, riporta il confronto per una temperatura di 2000°K. Si può notare che i grafici sono del tutto identici eccetto che per una questione di scala.

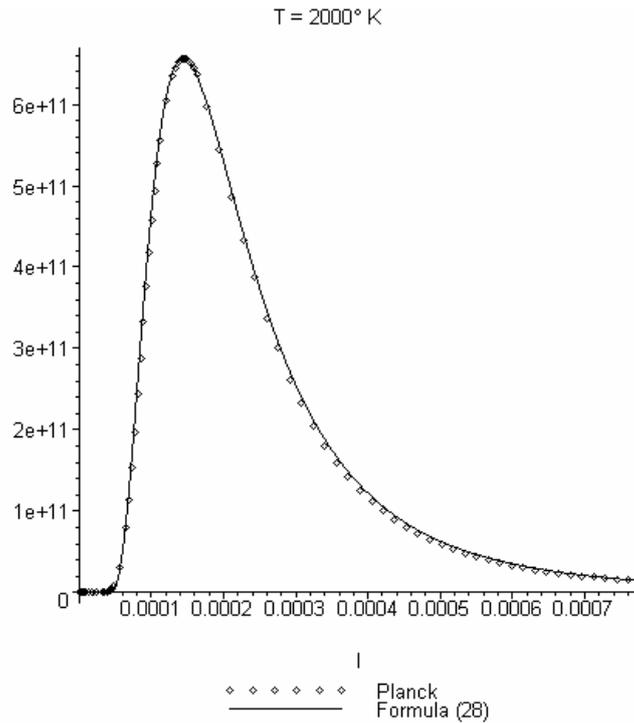


fig. 8

Circa la precisione delle previsioni c'è da dire che una formula che meglio rappresenta i risultati sperimentali è quella di Pringsheim & Lummer [7], anch'essa sempre di origine sperimentale

$$P = \frac{hC^2}{\lambda^5} \frac{1}{\exp\left(\frac{hC}{kT\lambda}\right) + \exp\left(-\frac{kT\lambda}{hC}\right) - 1}$$

La fig. 9 consente il confronto tra la formula di Planck e quella che gli fu suggerita successivamente da Pringsheim & Lummer (P. & L.) [7]. Da essa si possono osservare ancora delle sensibili differenze tra le due.

In proposito è opportuno osservare che la (1.28), con una più opportuna scelta dei parametri  $\alpha$ ,  $\beta$  e del rapporto  $\lambda_o / \bar{\lambda}$  [10], può approssimare la relazione sperimentale di (P. & L.) meglio di quanto non lo faccia la formula di Planck.

T = 5000° K

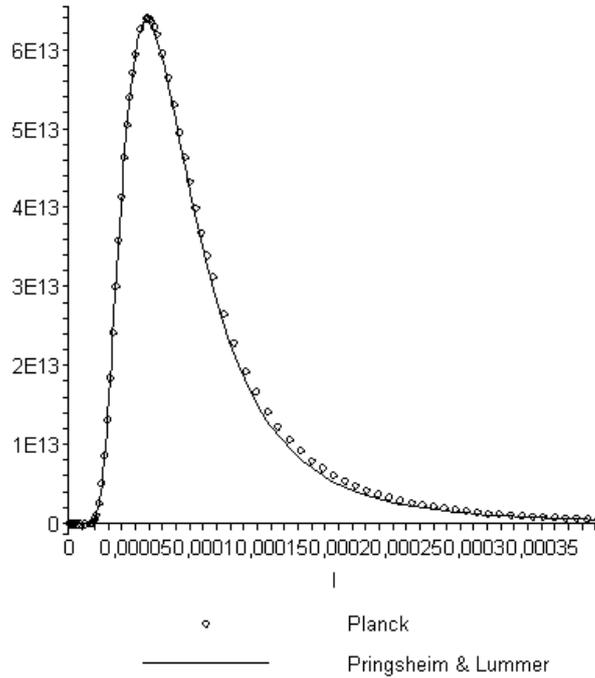


fig. 9

Ciò detto, prima di parlare delle sostanziali differenze tra la soluzione di Planck (1.8) e quella data dalla (1.28) è opportuno esprimere quest'ultima in funzione della frequenza. Essa risulta essere data dall'equazione

$$E(\nu, T) = \frac{8\pi}{C^3} kT \nu^2 \left[ \left( \frac{\nu_s}{\nu_s + \nu} \right)^4 \frac{\left( 1 - \frac{\nu_s^2 \nu^2}{(\nu_s + \nu)^2} \left( \frac{\nu}{\nu_o} \right)^2 \right)^4}{\left( 1 + \frac{1}{2} \frac{\nu_s^2 \nu^2}{(\nu_s + \nu)^2} \left( \frac{\nu}{\nu_o} \right)^2 \right)^6} \right] d\nu \quad (1.30)$$

con le corrispondenti posizioni

$$\nu_o = \frac{1}{0.1465} \frac{kT}{h} \quad e \quad \nu_s = \frac{1}{0.0929} \frac{kT}{h}. \quad (1.31)$$

La (1.30) ha due massimi dati da

$$\nu_{\max_1} = 2.78 \frac{kT}{h} \quad e \quad \nu_{\max_2} = 71.53 \frac{kT}{h} \quad (1.32)$$

e tre minimi

$$\nu_{\min_1} = 0 \quad , \quad \nu_{\min_2} = 18.66 \frac{kT}{h} \quad , \quad \nu_{\min_3} = \infty \quad (1.33)$$

Se si rappresenta la (1.28) in tutto l'intervallo  $\lambda \in [0, \infty]$  essa ha l'andamento rilevabile dalla fig. 10

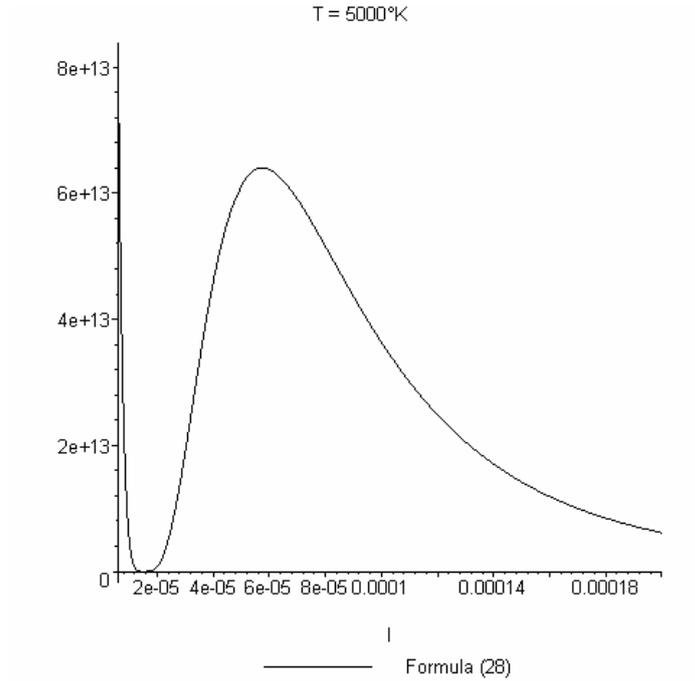


fig. 10

La fig. 11 rappresenta la stessa formula in funzione della frequenza, ossia la (1.30), confrontata con quella di Planck, per una temperatura di 5000° K

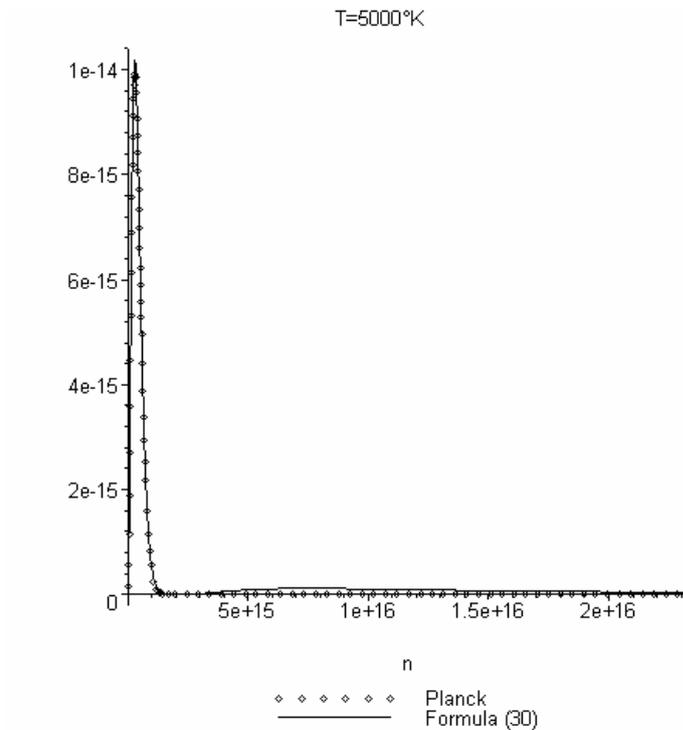


fig. 11

Come si può vedere meglio da questa figura e dalla seguente, mentre la formula di Planck, dopo aver raggiunto il massimo, raggiunge il punto di nullo per una frequenza pari a circa  $\nu_{\min} \approx 2.5 \times 10^{15}$ , la (1.30) ha un altro massimo che appena si intravede nella fig. 12

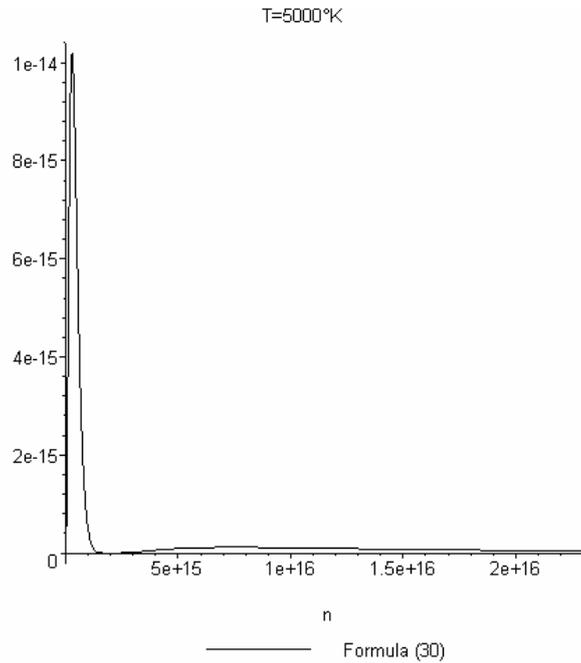


fig. 12

e che meglio si apprezza nella fig. 13.

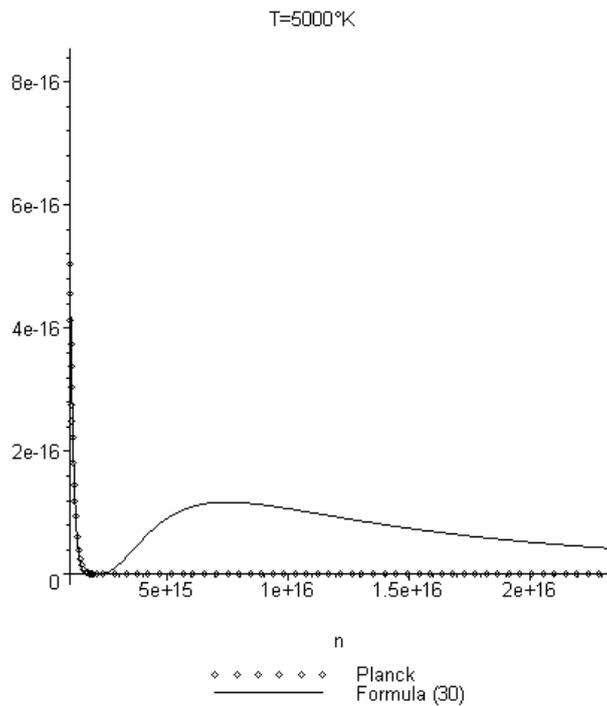


fig. 13

Nuovo massimo, che per  $T=5000^\circ \text{ K}$ , si ha per una frequenza pari a circa  $\nu_{\max 2} \approx 7.5 \times 10^{15}$ .

E' immediato rilevare che questa nuova forma di energia, non prevedibile con la teoria di Planck per le ragioni che subito vedremo, è dovuta al fatto che il modello costituito dall'oscillatore kepleriano prevede anche i dipoli ionizzati. Infatti la fig. 2 rappresenta tutte le possibili sezioni coniche, sia quelle legate (circonferenze ed ellissi) che quelle slegate (parabole ed iperboli), curve queste ultime sulle quali la particella è comunque soggetta ad accelerazioni e quindi è ancora pienamente applicabile la relazione di (Larmor). Anche la fig. 4 anticipa questo risultato.

Invece, come meglio si vedrà più dettagliatamente [1], l'enigmatica equazione di Planck secondo la quale l'energia sarebbe quantizzata in base all'empirica relazione

$$E = h\nu n = \hbar\Omega n \quad (1.34)$$

non è altro che una condizione più generale di risonanza di un comune oscillatore armonico e pertanto riguarda solo ed esclusivamente dipoli legati [1]. Da qui la sua impossibilità di predire questa nuova forma di energia.

D'altra parte Planck fu indotto a scrivere la (1.34) per poter giustificare *a posteriori* una formula già ricavata *sperimentalmente* e che meglio descriveva i delicati risultati raccolti dai vari ricercatori [7]. Ma, come dicevamo, la (1.34) può essere riletta come una più ampia condizione di risonanza di un qualsiasi risuonatore [1], sempre con la forte limitazione che essa tratta, purtroppo molto superficialmente, solo dipoli legati. Fenomeno di Risonanza che costituisce invece il più potente ed unico fenomeno fisico attraverso il quale una qualsiasi forma di energia (luce visibile compresa), può essere assorbita, emessa, diffratta, rifratta o riflessa dalla materia con la quale interagisce.

La potenza integrale della (1.30), compresa nell'intervallo  $\nu \in [0, \nu_{\min_2}]$  e cioè

$$E_{d.l.} = \int_{\nu=0}^{\nu=\nu_{\min_2}} E_{(\nu,T)} d\nu \cong 6.6 \frac{k^4 T^4}{h^3 C^2} \quad (1.35)$$

compete ai dipoli legati. Essa è praticamente coincidente con quella fornita da Planck.

Invece la potenza integrale della (1.30), compresa nell'intervallo  $\nu \in [\nu_{\min_2}, \infty]$  e cioè

$$E_{d.s.} = \int_{\nu=\nu_{\min_2}}^{\nu=\infty} E_{(\nu,T)} d\nu \cong 3.98 \frac{k^4 T^4}{h^3 C^2} \quad (1.36)$$

riguarda i dipoli ionizzati.

La potenza integrale complessiva compresa nell'intervallo  $\nu \in [0, \infty]$  è pari a

$$E_{d.l.} + E_{d.s.} = \int_{\nu=0}^{\nu=\infty} E_{(\nu,T)} d\nu \cong 10.58 \frac{k^4 T^4}{h^3 C^2} \quad (1.37)$$

### Il multiforme aspetto della legge di Coulomb.

Come meglio vedremo [1,6], tra l'ampiezza  $\psi$  di oscillazione della carica e la lunghezza d'onda elettromagnetica che essa produce sussiste la nuova relazione<sup>(1)</sup>

$$\lambda = 2\pi 137\psi. \quad (1.38)$$

Dalla (1.28) si ricava che l'energia del corpo nero è data dalla relazione

$$E = kT \frac{\left(1 - \left(\frac{\lambda_o}{\lambda_s + \lambda}\right)^2\right)^4}{\left(1 + \frac{1}{2}\left(\frac{\lambda_o}{\lambda_s + \lambda}\right)^2\right)^6} \quad (1.39)$$

che, tenuto conto della (1.38), può essere riscritta nel modo seguente

$$E = kT \frac{\left(1 - \left(\frac{\psi_o}{\psi_s + \psi}\right)^2\right)^4}{\left(1 + \frac{1}{2}\left(\frac{\psi_o}{\psi_s + \psi}\right)^2\right)^6} = m\bar{C}^2 \frac{\left(1 - \left(\frac{\psi_o}{\psi_s + \psi}\right)^2\right)^4}{\left(1 + \frac{1}{2}\left(\frac{\psi_o}{\psi_s + \psi}\right)^2\right)^6}. \quad (1.40)$$

E' evidente che la forza (media) agente sulla carica è data

$$F = -\frac{dE}{d\psi}. \quad (1.41)$$

Ricaveremo la forza dalla (1.39) e cioè

$$F = -\frac{dE}{d\lambda}, \quad (1.42)$$

tenendo poi conto della (1.38) successivamente. Essa è

$$F = -\frac{8kT \left(1 - \left(\frac{\lambda_o}{\lambda_s + \lambda}\right)^2\right)^3 \lambda_o^2}{(\lambda_s + \lambda)^3 \left(1 + \frac{1}{2}\left(\frac{\lambda_o}{\lambda_s + \lambda}\right)^2\right)^6} - \frac{6kT \left(1 - \left(\frac{\lambda_o}{\lambda_s + \lambda}\right)^2\right)^4 \lambda_o^2}{(\lambda_s + \lambda)^3 \left(1 + \frac{1}{2}\left(\frac{\lambda_o}{\lambda_s + \lambda}\right)^2\right)^7} \quad (1.43)$$

---

<sup>1</sup> Si osserva che  $\lambda_{\max} = \frac{1}{5} \frac{hC}{kT} = \frac{1}{5} \frac{2\pi 137 e^2}{m\bar{C}^2} = \frac{1}{5} 2\pi 137\psi$ .

La fig. 14 la rappresenta per una temperatura di 5000° K.

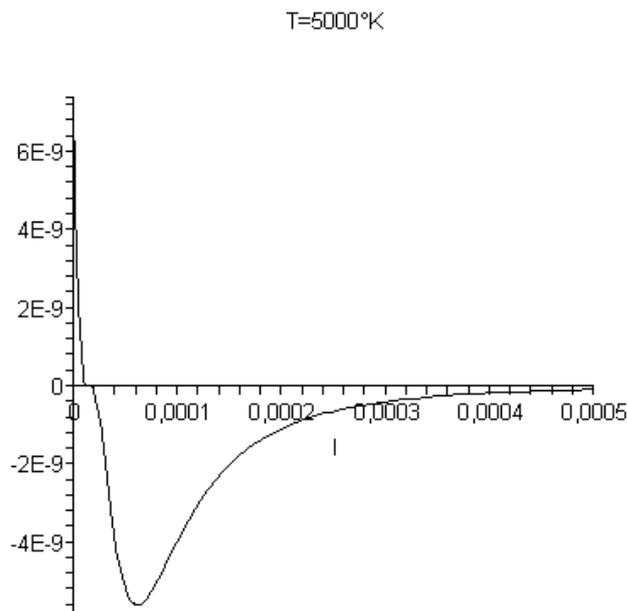


fig. 14

Questa legge di forza sarebbe incomprensibile e per niente paragonabile alla legge di Coulomb se non tenessimo in conto l'importante ruolo dell'eccentricità, sempre completamente trascurato (v. fig. 2 e fig. 4).

I padri fondatori dell'attuale M.Q. hanno sempre e solamente tenuto in conto l'oscillatore armonico. L'unica eccezione è costituita da Sommerfeld il quale, pensando di trovare una teoria più ampia di quella di Bohr, fu fortemente deluso. La fig. 14 sintetizza l'unico modello esclusivamente utilizzato in fisica teorica.

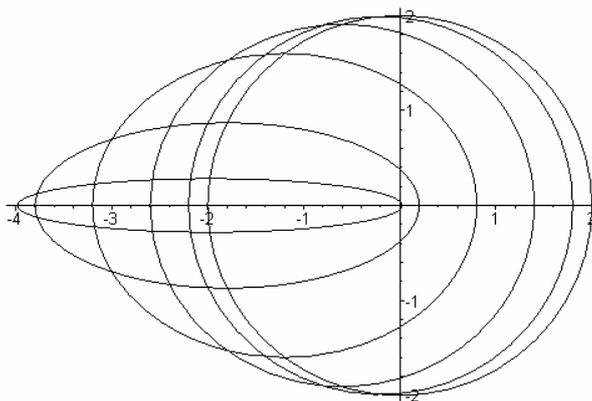


fig. 14

In questo caso, sebbene si consideri l'eccentricità dell'orbita kepleriana, si considera il solo caso in cui i diametri delle coniche siano tutti uguali tra loro.

## Il plasma, IV stato della materia

Il raggio classico dell'elettrone è dato da

$$R_e = \frac{e^2}{mC^2}.$$

Tenuto conto che

$$2\pi 137 e^2 = hC$$

si ha

$$2\pi 137 R_e = \frac{2\pi 137 e^2}{mC^2} = \frac{hC}{mC^2} = \frac{h}{mC} = \lambda_{Comp}.$$

Se imponiamo che il  $\lambda_{\min}$  della (1.28) (o il  $\nu_{\min_2}$  della (1.30)) coincida con la lunghezza d'onda Compton (cutt-off) avremo

$$\lambda_{\min} = 2\pi 137 \frac{e^2}{mC^2} = \frac{2\pi 137 e^2}{mC^2} = \frac{hC}{mC^2} = \frac{h}{mC} \cong (0.1465 - 0.0929) \frac{hC}{kT} = \frac{1}{18.66} \frac{hC}{kT} \quad (1.44)$$

da cui

$$\lambda_{Comp} = \frac{h}{mC} = \frac{1}{18.66} \frac{hC}{kT}$$

e quindi

$$T_{plasma} = \frac{mC^2}{18.66k} \cong 317\,624\,450^\circ K \quad (1.45)$$

superata questa temperatura i dipoli legati diventano sempre più rari e quindi la distribuzione dell'energia del corpo nero è data dall'equazione (1.30) che viene rappresentata in fig. (15) per una temperatura di  $500\,000\,000^\circ K$ , relativamente all'intervallo d'esistenza dei dipoli ionizzati

$$\nu \in [\nu_{\min_2}, \infty].$$

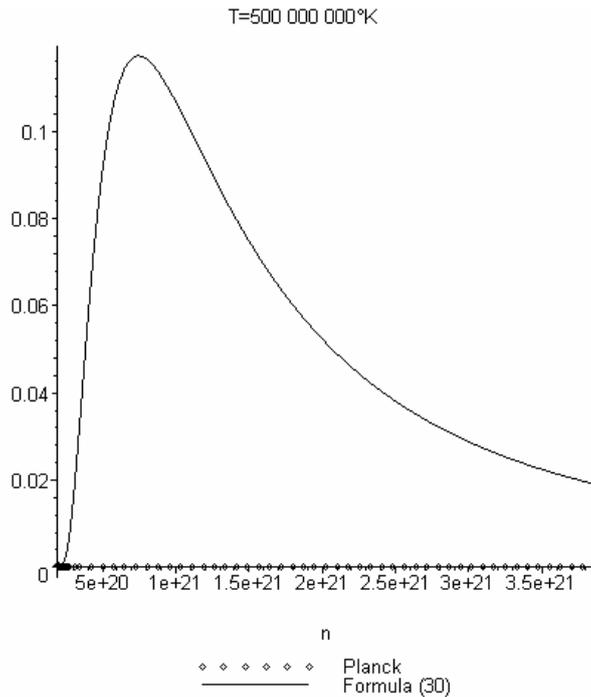


fig. 15

Ulteriori sviluppi saranno oggetto di una nota successiva.

## References

- [1] C. Santagata, **Le Frequenze di Risonanza e la Formula di Planck**
- [2] W. Heitler, **The Quantum Theory of Radiation**, Oxford (1960)
- [3] T. Kuhn, **Black-body theory and quantum discontinuity**, New York, Oxford University Press, (1978)
- [4] Tisserand, **Traité de Mécanique Celeste**, Tome I, Paris (1889)
- [5] P. Fleury & J.P. Mathieu, **Atomi, Molecole, Nuclei**, Vol 8, par. 4-11, Zanichelli Bologna (1965)
- [6] C. Santagata, **Nuove relazioni quantistiche**
- [7] H. Kangro, **Early History of Planck's Radiation law**, Taylor & Francis L.t.d., London (1976)
- [8] W. Strutt & Lord Rayleigh, **Remark upon the law of complete radiation**, Philosophical Magazine, 1900, XLIX, pp. 593-540
- [9] M. Planck, **Über irreversible Strahlungsvorgänge**, Sitzungsberichte der Königlich-Preubischen Akademie der Wissenschaften Berlin, 1897 (I), pp. 57-68, *ibid.*, (II), pp. 715-717; pp. 1122-1145; *ibid.*, 1898 (II), pp. 449-476; *ibid.*, 1899 (I), pp. 440-480.  
*ID.*, **Zur Theorie des Gesetzes der Energieverteilung im Normalspectrum**, in Verhandlungen der Deutschen Physikalischen Gesellschaft, 1900, II, pp. 237-245.  
*ID.*, **Ueber irreversible Strahlungsvorgänge**, in Annales der Physik, 1900, 306, pp. 69-122.  
*ID.*, **Ueber das Gesetz der Energieverteilung im Normalspectrum**, in Annales der Physik, 1901, 309, pp. 553-563.
- [10] C. Santagata, **Classical foundations of quantum postulates**, in Journal of Information & Optimization Sciences, Vol. 17 (1996), N° 1, pp. 97-126