Carlo Santagata

NUOVE RELAZIONI QUANTISTICHE

UN DINAMICO CUTT-OFF

24/05/2009

ABSTRACT

E' possibile dedurre nuove relazioni quantistiche partendo dal postulato di Planck secondo il quale, per la radiazione del corpo nero, è valido il noto assunto

$$E = h\nu\, n\,.$$

Le relazioni alle quali perverremo in modo molto semplice ed immediato, come si mostrerà in seguito, sono pienamente conformi all'attuale Meccanica Quantistica, ma comportano implicazioni di una certa consistenza.

In questa sede ci limiteremo a considerarne solo una che consiste nella possibile eliminazione delle singolarità che affliggono l'attuale fisica teorica.

1 UNA NUOVA FORMULA QUANTISTICA

Si consideri un dipolo elettromagnetico costituito da un protone ed un elettrone. Per questo dipolo è possibile dimostrare la validità teorica della nuova relazione quantistica

$$\boxed{\lambda = 2\pi 137 \psi\, n} \tag{1.1}$$

dove λ è la lunghezza d'onda elettromagnetica emessa o assorbita dal dipolo e ψ è l'ampiezza media di oscillazione della carica periferica (raggio medio dell'orbita dell'elettrone).

E' possibile giungere alla detta relazione in vari modi. Si consideri ad esempio un fiotto di energia elettromagnetica $E = h\nu n$ che si sposta nello spazio vuoto e sta per essere completamente catturato da una superficie assorbente (dipolo elettromagnetico che costituisce la detta parete (corpo nero)).

Se questa energia, come si diceva, viene integralmente assorbita dalla materia allora, per il Principio di Conservazione dell'Energia, si avrà

$$h\nu n = h\frac{C}{\lambda}n = \frac{e^2}{\psi_2} - \frac{e^2}{\psi_1} \tag{1.2}$$

e cioè l'incremento di energia totale del dipolo sarà, dopo l'interazione, esattamente uguale a quella del fiotto elettromagnetico assorbito dallo stesso.

Se si assume che l'energia del dipolo è nulla in corrispondenza di $\psi_1 \to \infty$ si ha più semplicemente che

$$h\nu n = h\frac{C}{\lambda}n = \frac{e^2}{\psi_2} = \frac{e^2}{\psi} \tag{1.3}$$

Dalla relazione (1.3), introducendo in essa la nota identità

$$2\pi 137 e^2 = hC\,, \tag{1.4}$$

si ottiene la (1.1). Un altro procedimento ancora più semplice per ottenere (1.1) è il seguente. Si moltiplica il numeratore ed il denominatore dell'energia totale del dipolo per la stessa quantità $(2\pi 137 n)$ e si ottiene

$$E = \frac{e^2}{\psi} = \frac{e^2}{\psi}\frac{2\pi 137 n}{2\pi 137 n} = \frac{hC}{2\pi 137 \psi\, n}n \tag{1.5}$$

formula che viene a coincidere con quella empirica di Planck se si pone che

$$\lambda = 2\pi 137 \psi\, n\,. \tag{1.6}$$

2 COERENZA CON L'ATTUALE MECCANICA QUANTISTICA

Dimostriamo come dalla (1.1) discendono in modo coerente sia le relazioni di Bohr relative all'atomo di idrogeno che nuove formule.

L'energia dell'atomo di idrogeno

Moltiplicando ambo i membri della (1.1) per la frequenza del dipolo si ha

$$\lambda \nu = 2\pi 137 \psi \ \nu n = C \qquad (1.7)$$

e quindi

$$137 \psi \ \omega n = 137 v n = C \qquad (1.8)$$

da cui segue che la velocità media della carica orbitante è

$$v = \frac{C}{137}\frac{1}{n}\,. \qquad (1.9)$$

Ciò comporta che l'energia è data da

$$\boxed{E = \frac{1}{2}\frac{mC^2}{137^2}\frac{1}{n^2}} \qquad (1.10)$$

relazione che, tenuto conto della (1.4), diventa

$$\boxed{E = \frac{2\pi^2 m e^4}{h^2}\frac{1}{n^2}} \qquad (1.11)$$

che coincide con la nota formula di Bohr [1].

I raggi delle orbite di Bohr

Inoltre, dal confronto della (1.9) e della relazione

$$v = \sqrt{\frac{e^2}{m\psi}} \qquad (1.12)$$

si ottiene

$$\boxed{\psi = \frac{e^2}{mC^2}137^2 n^2}\,. \qquad (1.13)$$

Questa relazione, sempre in forza della (1.4), diventa

$$\boxed{\psi = \frac{h^2}{4\pi^2 m e^2} n^2} \qquad (1.14)$$

che coincide con l'altra relazione di Bohr [1]. Dalla (1.14) e dalla (1.6) si deduce che

$$\lambda_{elect.} = 2\pi 137^3 \frac{e^2}{mC^2} n^3 = 2\pi 137^3 R_e n^3 = 2\pi \left(137^2 R_e n^2\right) 137\, n = 137\left(2\pi R_{Bohr}\right) n = 137\, \lambda_{de\,Br.}\, n \quad (1.15)$$

e quindi che la lunghezza d'onda elettromagnetica emessa da una carica vibrante soddisfa pienamente la disequazione prevista dall'attuale teoria secondo la quale [2]

$$\lambda_{elect.} \gg \frac{e^2}{mC^2}. \quad (1.16)$$

Quindi si può concludere che mentre la frequenza dell'onda elettromagnetica coincide esattamente con quella del dipolo, tra la lunghezza d'onda della radiazione emessa da una carica accelerata e l'ampiezza media descritta da quest'ultima sussisterebbe l'identità (1.15).

L'effetto fotoelettrico

Consideriamo la classica relazione

$$E = \frac{e^2}{\psi_2} - \frac{e^2}{\psi_1} \quad (1.17)$$

la quale ci da la variazione dell'energia totale di un dipolo. Se lo stato energetico iniziale è fisso si ha anche

$$E = \frac{e^2}{\psi} - W \quad (1.18)$$

Ma questa relazione può anche essere scritta

$$E = \frac{e^2}{\psi} - W = \frac{2\pi 137 e^2}{2\pi 137 \psi} - W = \frac{hC}{\lambda} - W = h\nu - W\,. \quad (1.19)$$

La deduzione della (1.19) da parte di Einstein convinse il mondo della fisica della oggettività dei quanti di energia.

La presente dimostrazione pone in luce la nuova identità

$$\frac{e^2}{\psi} = \frac{2\pi 137 e^2}{2\pi 137 \psi} = \frac{hC}{\lambda} = h\nu \quad (1.20)$$

per cui il quanto indivisibile di energia (o apparentemente tale) $h\nu$ viene ad essere esattamente uguale all'energia totale del dipolo pari ad e^2/ψ e cioè al lavoro, svolto con la più assoluta continuità, per spostare la carica elettronica dalla distanza ψ dal nucleo alla distanza infinita dallo stesso.

Tra breve si dimostrerà inoltre che $h\nu$ è il lavoro che occorre eseguire per separare due cariche partendo dalla distanza zero alla distanza infinita o, se si vuole, si può anche dire che $h\nu$ è il lavoro di annichilimento completo di due cariche.

Oltre alla (1.20) si può anche scrivere l'identità

$$\frac{1}{2}\frac{e^2}{\psi}=\frac{1}{2}h\frac{C}{\lambda}=\frac{1}{2}h\nu\,. \tag{1.21}$$

Il limite del fondo spettrale

Se delle cariche elettriche vengono accelerate da un potenziale V e vengono scagliate su di una superficie si verifica che viene emessa una radiazione elettromagnetica (bremstralung) la cui frequenza soddisfa la nota relazione

$$V_o\, e = h\nu_o\,. \tag{1.22}$$

Anche questa relazione si ottiene in modo immediato dall'identità (1.20). Infatti si ha

$$V_o\, e=\frac{e}{\psi_o}e=\frac{e^2}{\psi_o}=\frac{2\pi 137\, e^2}{2\pi 137\,\psi_o}=\frac{hC}{\lambda_o}=h\nu_o. \tag{1.23}$$

L'onda di de Broglie

La relazione (1.1) può essere puntualizzata nel seguente modo

$$\boxed{\lambda_e = 2\pi 137\,\psi_{Bohr}\; n = 137\,\left(2\pi\,\psi_{Bohr}\right) n = 137\;\lambda_{de\,Broglie}\;\; n} \tag{1.24}$$

e quindi è possibile sinteticamente scrivere che

$$\boxed{\lambda_e = 137\;\lambda_d\;\; n} \tag{1.25}$$

con la quale si stabilisce un semplice legame di proporzionalità tra l'onda di de Broglie e quella elettromagnetica, il che, tra l'altro, vorrebbe dire che sarebbe immediato scrivere l'equazione di Schrödinger anche per l'onda elettromagnetica o, se si vuole, per il fotone.

Questa relazione suggerisce, tra l'altro ed in particolare, che l'esperienza che verifica la relazione di de Broglie (diffrazione degli elettroni) è accompagnata da un'onda elettromagnetica la cui lunghezza d'onda soddisfa la (1.25).

La legge di Stefan-Boltzmann

E' noto che per il Corpo Nero si ha [1]

$$W=\sigma T^4 \tag{1.26}$$

e cioè che l'energia integrale irradiata in tutte le direzioni dal Corpo Nero ad una data temperatura per minuto secondo e per unità di superficie è proporzionale alla quarta potenza della temperatura.

E’ possibile dedurre questa legge con considerazioni termodinamiche classiche (e cioè senza l’ausilio della teoria di Planck) ma ciò non consente di determinare, com’è noto, anche il valore della costante σ.

Vediamo come sia possibile giungere alla (1.26) attraverso la relazione (1.20), riuscendo a determinare anche il valore numerico di σ.

Consideriamo un dipolo elettromagnetico della parete del C. N. la cui energia è data

$$E = \frac{1}{2}\frac{e^2}{\psi}, \tag{1.27}$$

allora la potenza volumica (riferita alla lunghezza d’onda) sarà data da

$$P_{vol} = \frac{1}{2}\frac{e^2}{\psi}\frac{1}{T}\frac{1}{\lambda^3} = \frac{1}{2}\frac{e^2}{\psi}\frac{\nu}{\lambda^3} = \frac{1}{2}\frac{e^2}{\psi}\frac{C}{\lambda^4}. \tag{1.28}$$

Se il dipolo è in equilibrio termodinamico dovrà inoltre risultare

$$\frac{3}{2}kT = \frac{1}{2}\frac{e^2}{\psi} = \frac{1}{2}\frac{hC}{\lambda} \tag{1.29}$$

da cui si ricava che

$$\lambda = \frac{hC}{3kT}. \tag{1.30}$$

La potenza volumica integrale sarà quindi pari a

$$P_{\text{int}} = \frac{1}{2}\frac{e^2}{\psi}\frac{C}{\lambda^4}\lambda = \frac{1}{2}\frac{hC^2}{\lambda^4}, \tag{1.31}$$

formula che, tenuto conto della (1.30), diventa

$$P_{\text{int}} = \frac{1}{2}\frac{hC^2}{\frac{h^4C^4}{3^4k^4T^4}} = \frac{1}{2}\frac{3^4k^4}{h^3C^2}T^4 = \frac{1}{2}\frac{3^4\left(1.39\times10^{-16}\right)^4}{\left(6.62\times10^{-27}\right)^3\left(2.998\times10^{10}\right)^2}T^4 = 5.65\times10^{-5}\,T^4 \tag{1.32}$$

quindi si ha

$$\sigma = 5.65\times10^{-5}\,[sistema\ c.g.s.] \tag{1.33}$$

contro il valore sperimentale di

$$\sigma = 5.67\times10^{-5}\,[sistema\ c.g.s.]. \tag{1.34}$$

La (1.32), in termini di flusso Φ d’irraggiamento, può essere scritta [3]

$$\Phi = \sigma\,\Theta^4 \tag{1.35}$$

dove

$$\sigma = 1.03 \times 10^5 \, [J / cm^2 \, s(Ve)^4] \tag{1.36}$$

e la temperatura è espressa in eV $\left(1eV \approx 11400\,K\right)$.

Legge di Wien

Sempre per il corpo nero si dimostra che [1]

$$P_{V\max} = BT^5 . \tag{1.37}$$

Analogamente al caso precedente si riesce a determinare teoricamente la (1.37) ma non a stabilire il valore della costante B.

In questo caso si ha

$$P_V = \frac{1}{2}\frac{e^2}{\psi}\frac{C}{\lambda}\frac{1}{\lambda^3} = \frac{1}{2}\frac{hC^2}{\lambda^5} \tag{1.38}$$

e, per la (1.30), si ottiene

$$P_V = \frac{1}{2}\frac{hC^2}{\lambda^5} = \frac{3^5}{2}\frac{k^5}{h^4 C^3} T^5 \tag{1.39}$$

e quindi

$$B = \frac{3^5}{2}\frac{k^5}{h^4 C^3} = 1.2 \times 10^{-4} \tag{1.40}$$

contro il valore sperimentale di

$$B = 1.28 \times 10^{-4} \left[erg / \left(cm^3 \sec k^5 \right) \right]. \tag{1.41}$$

3 Il nuovo dinamico cutt-off. Una possibile soluzione della singolarità coulombiana

Come si anticipava all'inizio, una delle implicazioni più immediate della (1.20) consiste nella possibile eliminazione delle singolarità che affliggono l'attuale fisica teorica. Quella congenita, com'è noto, consiste nella infinità che denuncia la legge Coulomb (Newton) per $\psi \to 0$ e cioè

$$\lim_{\psi \to 0} \frac{Q\,q}{\psi^2} = \infty \tag{1.42}$$

Poc'anzi abbiamo stabilito l'identità

$$\boxed{\frac{e^2}{\psi} = h\nu}\,. \tag{1.43}$$

Si prenda in esame l'energia elettromagnetica di Planck

$$E = \frac{h\nu}{\exp\left(\frac{h\nu}{kT}\right) - 1}\,. \tag{1.44}$$

Per la (1.43), questa relazione può essere scritta nella forma

$$E = \frac{h\nu}{\exp\left(\frac{h\nu}{kT}\right) - 1} = \frac{\frac{e^2}{\psi}}{\exp\left(\frac{e^2/\psi}{m\overline{C}^2}\right) - 1} \tag{1.45}$$

la quale suggerisce di calcolare la forza coulombiana che avverte l'elettrone in un certo contesto termodinamico caratterizzato dalla grandezza $m\overline{C}^2$ quando detta particella sta ad una certa distanza media dalla carica centrale. Si ha quindi la seguente correzione della legge di Coulomb

$$F = -\frac{\partial E}{\partial \psi} = \frac{e^2}{\psi^2}\left[\frac{1}{\exp\left(\frac{e^2/\psi}{m\overline{C}^2}\right) - 1} - \frac{e^2}{m\overline{C}^2}\frac{1}{\psi}\frac{\exp\left(\frac{e^2/\psi}{m\overline{C}^2}\right)}{\left[\exp\left(\frac{e^2/\psi}{m\overline{C}^2}\right) - 1\right]^2}\right]. \tag{1.46}$$

Posto

$$R = \frac{e^2}{m\overline{C}^2} \tag{1.47}$$

si ottiene anche

$$F = \frac{e^2}{\psi^2}\left[\frac{1}{\exp\left(\frac{R}{\psi}\right)-1} - \frac{R}{\psi}\frac{\exp\left(\frac{R}{\psi}\right)}{\left[\exp\left(\frac{R}{\psi}\right)-1\right]^2}\right]. \tag{1.48}$$

Nella figura n. 1 sono rappresentate la (1.48), in nero, la formula di Coulomb, in blu, e la retta passante per la distanza data dalla (1.47), in rosso.

Come si vede, stante la (1.48), in un determinato contesto termodinamico caratterizzato dal valore di R, si ha un massimo della forza ad una distanza di circa $R/2$ e poi la stessa, al di sotto di tale distanza, si abbatte rapidamente man mano che le due cariche si avvicinano sempre di più, mentre la formula classica di Coulomb tende vertiginosamente all'infinito, denunciando la vecchia e perdurante divergenza (che la fisica si è trascinata dietro fino ad oggi).

Si potrebbe pensare che le cariche portate da due corpi riescono ad essere ancorate agli stessi fino ad un certo punto. Quando la distanza tra le due masse diventa molto piccola interverrebbero *effetti di marea* che tenderebbero a strappare le cariche dai corpi stessi, rendendoli neutri (massa nuda). L'unione delle cariche, una volta completamente strappate dalle masse, darebbe origine ad un'onda elettromagnetica. Ciò comporterebbe che a distanza zero non esisterebbe più alcuna forza tra le due masse considerate.

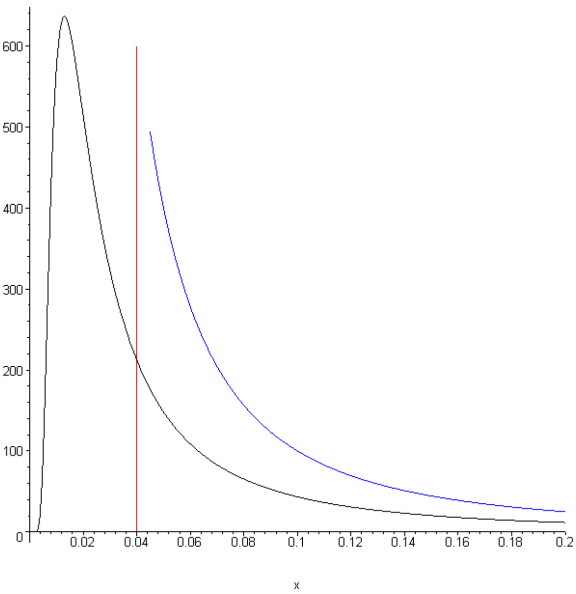

Fig. 1

La (1.45) è rappresentata in Fig. 2.

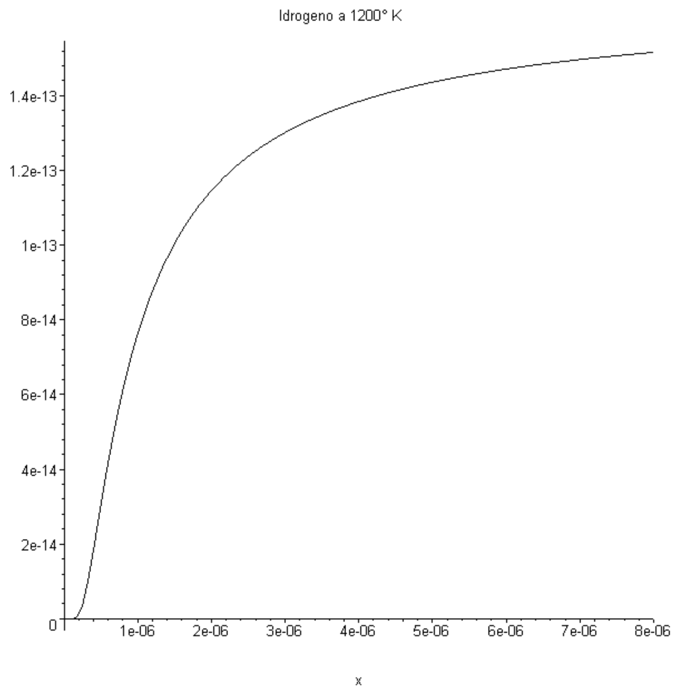

Fig. 2

Se si calcola il lavoro di separazione o di annichilimento delle due cariche, contrariamente al valore infinito che fornisce la formula di Coulomb (e di Newton), si trova

$$L = \left[\frac{\dfrac{e^2}{\psi}}{\exp\left(\dfrac{e^2/\psi}{m\overline{C}^2}\right) - 1} \right]_{\psi=0}^{\psi=\infty} = m\overline{C}^2 = kT \tag{1.49}$$

oppure

$$L = \left[\frac{\dfrac{e^2}{\psi}}{\exp\left(\dfrac{R}{\psi}\right) - 1} \right]_{\psi=0}^{\psi=\infty} = \frac{e^2}{R} = h\overline{\nu} = m\overline{C}^2 = kT \tag{1.50}$$

Va esplicitamente tenuto presente che la costante $\overline{C}$ della (1.49) non è necessariamente pari alla velocità della luce. Ciò comporterebbe che la trasformazione della massa in energia avverrebbe secondo la relazione

$$E = m\overline{C}^2 \tag{1.51}$$

e quindi ci sarebbero trasformazioni di massa in energia anche per valori più bassi di quelli previsti dalla formula relativistica. Questo tipo di trasformazioni interesserebbe allora anche i comuni fenomeni termodinamici. Per lo stesso motivo il valore di

$$R = \frac{e^2}{m\overline{C}^2} \qquad (1.52)$$

può anche essere più grande di quello del raggio classico dell'elettrone. Questo perché il valore di $\overline{C}$ è determinato dalla posizione

$$\overline{C} = \sqrt{\frac{kT}{m}}\,. \qquad (1.53)$$

Si osserva semplicemente che detto cutt-off, più generale di quello postulato da Abdus Salam [4,5,6,7], deriva dalla formula di Planck la cui origine, tutta sperimentale, è indiscutibile.

Ciò implica che se è vera la congettura di Abdus Salam [4] secondo la quale la gravità (affetta anch'essa da analoghe singolarità) possa evitare e bloccare la singolarità coulombiana, non è da escludere che il cutt-off dinamico che deriva dalla (1.45) possa avere una sua componente anche gravitazionale.

Va inoltre osservato che si può scrivere anche

$$\boxed{\frac{e^2}{\psi} = mv^2 = h\nu} \qquad (1.54)$$

e quindi si ha anche

$$E = \frac{h\nu}{\exp\left(\frac{h\nu}{kT}\right)-1} = \frac{mv^2}{\exp\left(\frac{v^2}{\overline{C}^2}\right)-1} \qquad (1.55)$$

formula che sviluppata in serie assume la forma

$$E = \frac{mv^2}{\exp\left(\frac{v^2}{\overline{C}^2}\right)-1} = m\overline{C}^2 - \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{6}\frac{1}{2}mv^2\left(\frac{v}{\overline{C}}\right)^2 - \frac{1}{360}\frac{1}{2}mv^2\left(\frac{v}{\overline{C}}\right)^6 + \frac{1}{15120}\frac{1}{2}mv^2\left(\frac{v}{\overline{C}}\right)^{10} - .. + \qquad (1.56)$$

in cui si riconosce un'energia di riposo

$$E_0 = m\overline{C}^2 \qquad (1.57)$$

e l'energia cinetica classica

$$E = -\frac{1}{2}mv^2\,. \qquad (1.58)$$

4 La massa del fotone

Ipotizziamo che esiste una particella di scambio tra protone ed elettrone e sia $\overline{m}$ la sua massa.

Con l'uso della relazione di indeterminazione

$$\Delta E \;\; \Delta T = \frac{h}{2\pi} \tag{1.59}$$

e della equivalenza tra massa ed energia si ha

$$\Delta E = \overline{m}\, C^2 \, . \tag{1.60}$$

Tenuto conto che

$$\Delta T = \frac{\psi}{C} = \frac{R_{Bohr}}{C} = \frac{1}{C} \frac{e^2}{m_e\, C^2} 137^2 \tag{1.61}$$

dalla (1.59) si ha

$$\Delta E \;\; \Delta T = \overline{m}\, C^2 \, \frac{e^2}{m_e\, C^2} 137^2 \, \frac{1}{C} = \frac{h}{2\pi} \, . \tag{1.62}$$

Ricordando la (1.4) si perviene alla relazione

$$\overline{m} = \frac{m_e}{137} \, . \tag{1.63}$$

Bibliografia

[1] G. Castelfranchi **Fisica Moderna Atomica e Nucleare pag. 593** HOEPLI

[2] W. Heitler **The Quantum Theory of Radiation,** Oxford Press pag. (27)

[3] H. Knoepfel **Alte densità di energia in laboratorio** Annuario EST 1973

[4] C.J. Isham, Abdus Salam **Gravitazione ed elettrodinamica quantistica** Annuario EST 1973;

[5] C.J., Salam A., Strathdee J., **Infinity suppression in gravity-modified quantum electrodinamics**, in Physical Review, D3, 1805 (1971);

[6] C.J., Salam A., Strathdee J., **f-dominance of gravity**, in Physical Review, D3, 867 (1971);

[7] C.J., Salam A., Strathdee J., **Momentum space behaviour of integrals in non-polynomial lagrangian theories,** in Physical Review, 3296 (1970);