

**Carlo Santagata**

**Le Frequenze di Risonanza e la Formula di Planck**  
**Brevi cenni sulla “*quantizzazione*” delle onde gravitazionali**

27 giugno 2005

**Carlo Santagata**

**Le frequenze di risonanza e la formula di Planck**  
**Brevi cenni sulla “*quantizzazione*” delle onde gravitazionali**

27 giugno 2005

[info@carlosantagata.it](mailto:info@carlosantagata.it)

**Abstract**

E' possibile dimostrare che il forte postulato di Planck secondo il quale  $E = h\nu n$ , atto di nascita e piattaforma fondamentale dell'attuale Meccanica Quantistica, è rigorosamente deducibile dalla **classica** teoria delle risonanze. Questo è il risultato di un semplice ed intuitivo test sperimentale, riportato nell'allegato filmato. In questa sede, dopo la conseguente conferma analitica, si esaminano le prime immediate conseguenze che consentono di reinterpretare i risultati dell'attuale M.Q., trovandone dei nuovi. L'insanabile frattura tra macro e microcosmo sembra radicalmente e definitivamente rimossa.

## Le frequenze di risonanza e la formula di Planck

Se si considera, in assenza di attrito, un pendolo (fig. 1, foto allegata) il cui periodo di oscillazione sia  $\tau$ , possiamo amplificare le sue ampiezze se applichiamo ad esso impulsi che si susseguono con un intervallo temporale  $T$  tale da soddisfare la condizione

$$T = \tau \quad (1)$$

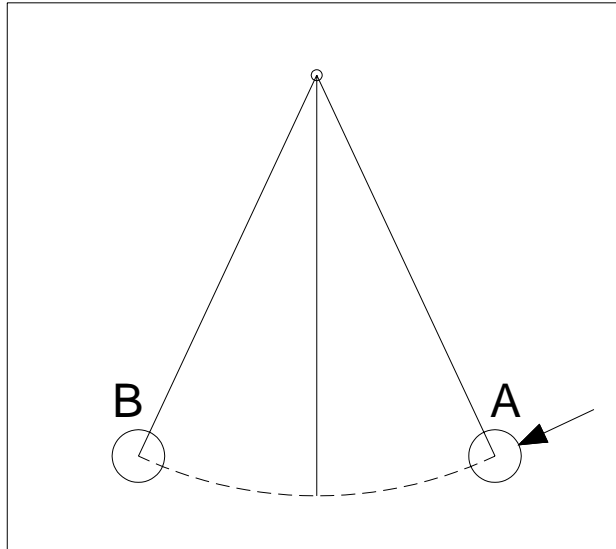


fig. 1

dalla quale discende la nota condizione di risonanza

$$\Omega = \omega \quad (2).$$

La soluzione della classica equazione

$$\ddot{x} + \gamma \dot{x} + \omega^2 x = \delta \cos(\Omega t) \quad (3),$$

ci permette di descrivere analiticamente, più compiutamente, l'intero fenomeno. Invece, ed è utile sottolinearlo, la (2) è solo una delle tante notizie che si ricavano dalla soluzione completa della (3), notizia che, a tutto rigore non è nemmeno estremamente precisa perché la massima ampiezza non si verifica, per l'immane presenza di  $\gamma$ , proprio quando la (2) è pienamente soddisfatta. Infatti quest'ultima è rigorosamente valida solo quando l'attrito  $\gamma$  è esattamente nullo. Con queste precisazioni osserviamo che la (1) (o la (2)) costituisce solo una delle infinite e numerabili condizioni di risonanza che possono verificarsi nella quotidiana e macroscopica realtà. D'altra parte è facile ed immediato vedere che una più generale condizione di risonanza è data dall'identità

$$T = \tau n \quad (n = 1, 2, 3, \dots) \quad (4),$$

dove  $n$  è un qualsiasi numero purché *intero*.

Infatti, se applichiamo ad un oscillatore qualsiasi (pendolo, oscillatore armonico, dipolo, ponte, grattacielo etc.) impulsi esterni tali soddisfare la (4), solo in tal caso la nostra azione non contrasterà mai con il moto del detto oscillatore, provocando immancabilmente il fenomeno della risonanza. Ed è da osservare che solo attraverso questo fondamentale fenomeno una qualsiasi forma di energia esterna può essere assorbita dal sistema in esame, diversamente essa lo attraversa lasciandolo indisturbato o addirittura lo blocca.

Se  $\tau$  è il periodo proprio di un pendolo privo di attrito (vedi foto) e quello della nostra azione esterna è esattamente pari ad  $n\tau$ , è immediato convincersi che, *purché*  $n$  sia *rigorosamente un numero intero*, la risonanza comunque si verifica.

Il filmato allegato al presente lavoro riporta una verifica sperimentale molto semplice che può farsi con un comune pendolo. In tal caso l'operatore del filmato verifica che il fenomeno della risonanza si ha anche nel caso in cui  $T = 2\tau$ . Possono comunque realizzarsi apparecchiature più sofisticate di quella usata nel filmato per ulteriori verifiche della sperimentali della (4).

Anticipando anche la dimostrazione analitica, possiamo affermare che una più generale condizione di risonanza si ha quando la pulsazione del forzante  $\Omega$  e quella del sistema oscillante  $\omega$  soddisfano la condizione

$$\omega = \Omega n \quad (n = 1, 2, 3, \dots) \quad (5).$$

E' opportuno precisare che la (5) è valida a condizione che il forzante esterno venga applicato ogni qual volta la massa del pendolo, partendo dal punto A, raggiunto il punto B, ritorni nel punto A, ovviamente in assenza di attrito. In tal caso il forzante esterno agisce sempre nella direzione  $\widehat{AB}$ . Quando invece esso, cambiando alternativamente segno, può agire anche nella direzione  $\widehat{BA}$ , la condizione (5) diventa evidentemente

$$\omega = \frac{1}{2}\Omega n \quad (n = 1, 2, 3, \dots) \quad (5bis).$$

Per un oscillatore armonico privo di attrito, relativamente all'energia totale, possiamo scrivere

$$E_{tot} = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}kx^2 = m\bar{v}^2 = k\bar{x}^2 \quad (6)$$

e quindi

$$E_{tot} = m\bar{v}^2 = m(\bar{x}\bar{\omega})^2 = m\bar{x}(\bar{x}\bar{\omega})\bar{\omega} = m\bar{x}\bar{v}\bar{\omega} \quad (7).$$

Detto oscillatore conserverà indefinitamente nel tempo le sue oscillazioni. Se ad esso applichiamo un forzante che soddisfi la condizione (5), dopo il transitorio, avremo

$$E_{tot} = m\bar{x}\bar{v}\bar{\Omega}n = 2\pi m\bar{x}\bar{v}\bar{v}n = H\bar{v}n \quad (8).$$

Ma è facile verificare che l'azione

$$Azione = H = 2\pi m\bar{x}\bar{v} \quad (9)$$

coincide con quella di Planck solo nel caso di un dipolo elettrico, mentre la (8) è una condizione generale in cui l'azione varia da caso a caso<sup>1</sup>. Infatti, solo nel caso del dipolo elettrico, si ha

$$Az. = 2\pi m \bar{x} \bar{v} = 2\pi m \frac{\bar{x} \bar{v}^2}{\bar{v}} = 2\pi m \frac{\bar{x}}{\bar{v}} \frac{e^2}{m\bar{x}} = \frac{2\pi e^2}{\bar{v}} \quad (10).$$

Ricordando la nota relazione

$$2\pi 137 e^2 = hC \quad (11)$$

e che

$$\bar{v} = \frac{C}{137} \quad (12)$$

si ha che la (10) diventa

$$Az. = \frac{2\pi e^2}{\bar{v}} = h \quad (13).$$

Per dimostrare che l'intuizione espressa dalla (5) è rigorosa possiamo risolvere la seguente equazione

$$\ddot{x} + \omega^2 x = \delta \left\{ \frac{a}{\pi} - \frac{2}{\pi} \left[ \frac{1}{1} \sin(a) \cos\left(\frac{\omega}{n}t\right) - \frac{1}{2} \sin(a) \cos\left(\frac{2\omega}{n}t\right) + \frac{1}{3} \sin(a) \cos\left(\frac{3\omega}{n}t\right) + \dots \right] \right\} \quad (14)$$

il cui forzante è del tipo rappresentato in fig. 3

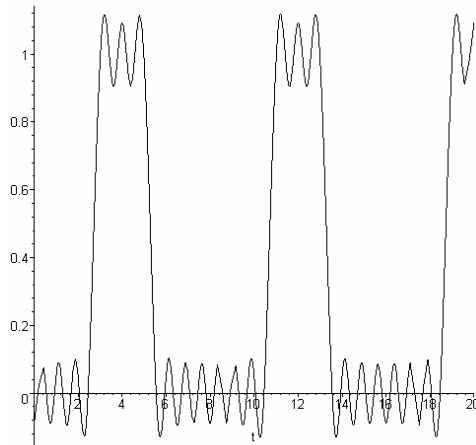


fig. 3

dove  $a$  rappresenta il tempuscolo durante il quale viene applicato il detto forzante.

<sup>1</sup> In un vecchio articolo che l'autore scrisse nel 1986, si mostrava che se si sostituisce al raggio classico dell'elettrone il raggio di Schwarzschild e alla costante di struttura fine la corrispondente gravitazionale si ottengono le corrispondenti equazioni di Bohr in gravità. Il Nobel Abdus Salam, allora Direttore dell'**International Centre for Theoretical Physics** di Trieste (SISSA), apprezzò il manoscritto e lo collocò nella Sala di lettura del Centro (v. lettera allegata). Egli, com'è noto, aveva eliminato alcune divergenze dell'attuale Meccanica Quantistica facendo ricorso alla non linearità della Relatività Generale (anche questa teoria ha ancora le sue brave singolarità) che farebbe da nodo scorsoio (cutt-off) per i fenomeni microscopici, ipotizzando la particella poi rilevata dal nostro Rubbia. Probabilmente il Suo apprezzamento era dovuto alla possibilità che una quantizzazione della gravità prospettata nell'articolo avrebbe potuto, per contro, eliminare le divergenze di quest'ultima (problema ancora oggi insoluto (S. Hawking)). Circa le onde gravitazionali si veda la nota n. 3 e l'ultima pagina di questo manoscritto.

In tal caso l'intervallo temporale dell'equazione (14) con il quale gli impulsi esterni vengono applicati al sistema soddisfano la condizione la condizione (5). La soluzione della (14), avendo arrestato lo sviluppo di Fourier al quarto termine, è data dalla seguente equazione (15).

$$\begin{aligned}
 x(t) = & \sin(\omega t) \_C2 + \cos(\omega t) \_C1 + \frac{1}{3} \left( \right. \\
 & (84 n^4 - 64 n^2 + n^8 - 21 n^6) \sin\left(\frac{3(\omega t - a n)}{n}\right) \\
 & + \left(\frac{147}{4} n^4 + \frac{21}{2} n^6 - \frac{3}{4} n^8 + 27 n^2\right) \sin\left(\frac{4(\omega t - a n)}{n}\right) \\
 & + \left(\frac{3}{2} n^8 + 216 n^2 - \frac{507}{2} n^4 + 39 n^6\right) \sin\left(\frac{2(\omega t - a n)}{n}\right) \\
 & + (-87 n^6 + 732 n^4 + 3 n^8 - 1728 n^2) \sin\left(\frac{\omega t - a n}{n}\right) \\
 & + (-84 n^4 - n^8 + 21 n^6 + 64 n^2) \sin\left(\frac{3(\omega t + a n)}{n}\right) + \frac{3}{4} \left( \right. \\
 & (n^6 - 5 n^4 + 4 n^2) \sin\left(\frac{4(\omega t + a n)}{n}\right) - 4(-4 + n)(4 + n) \left( \right. \\
 & \left. \left(\frac{1}{2} n^2 - \frac{1}{2} n^4\right) \sin\left(\frac{2(\omega t + a n)}{n}\right) \right. \\
 & \left. \left. + (-2 + n)(2 + n) \left(n^2 \sin\left(\frac{\omega t + a n}{n}\right) - a n^2 + a\right)\right)\right) (-3 + n) \\
 & \left. (3 + n) \right) \delta / (\pi \omega^2 (576 - 820 n^2 + 273 n^4 - 30 n^6 + n^8))
 \end{aligned}$$

Lo studio di questa soluzione porta alla conclusione che quando  $n$ , crescendo con assoluta continuità, assume i valori interi 1,2,3...il numeratore del terzo termine non si annulla mai mentre il suo denominatore e cioè l'equazione

$$\pi \omega^2 (576 - 820 n^2 + 273 n^4 - 30 n^6 + n^8) = 0 \quad (16)$$

è pari a zero solo quando

$$n = \pm 1, n = \pm 2, n = \pm 3, n = \pm 4,$$

e quindi l'ampiezza dell'oscillatore diventa infinita proprio quando  $n$  assume i detti valori.

Le fig. 4 e 5

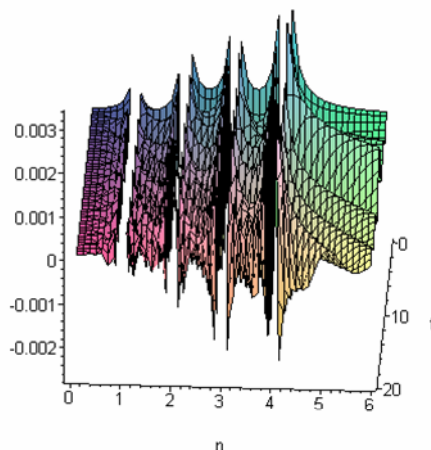


fig. 4

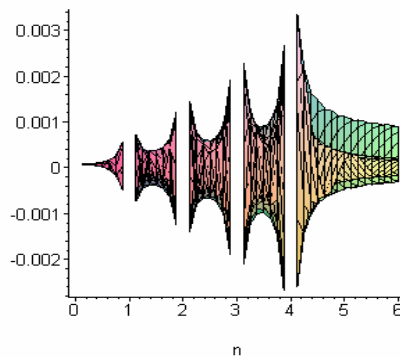


fig. 5

rappresentano graficamente il terzo termine della soluzione (15) (soluzione stazionaria), ottenute facendo variare con la più assoluta continuità la variabile  $n$ .

Sempre in assenza di smorzamento, nel caso generale, e cioè quando si considerando innumerevoli termini della serie di Fourier, si trova che la (16) è del tipo

$$(n^2 - 1)(n^2 - 2^2)(n^2 - 3^2)(n^2 - 4^2)..(n^2 - m^2).... = 0.$$

Si conclude dunque che l'intuizione espressa dalla (5) è pienamente confermata e che l'indimostrata equazione di Planck costituisce solo una macroscopica e più ampia condizione di risonanza riscontrabile nella quotidiana realtà. Non può essere diversamente, infatti l'assorbimento della radiazione da parte della materia non può non essere dal fenomeno della risonanza. E' in ogni caso da osservare che la formula empirica di Planck riesce a vedere del detto fenomeno solo la punta dell'iceberg e non può quindi descriverlo nella sua totale completezza.

Resta da risolvere l'equazione più complessa

$$\ddot{x} + \gamma \dot{x} + \omega^2 x = \delta \left\{ \frac{a}{\pi} - \frac{2}{\pi} \left[ \frac{1}{1} \sin(a) \cos\left(\frac{\omega}{n} t\right) - \frac{1}{2} \sin(a) \cos\left(\frac{2\omega}{n} t\right) + \frac{1}{3} \sin(a) \cos\left(\frac{3\omega}{n} t\right) + .. \right] \right\} \quad (17)$$

la cui soluzione non è affatto sintetica e quindi è di difficile gestione. Arrestando la serie di Fourier al secondo termine abbiamo che la soluzione stazionaria è la seguente

$$\begin{aligned} x(t) = & \frac{1}{2} \left( \frac{1}{16} \left( \frac{(n-1)^2 (n+1)^2 \omega^2}{4} + n^2 g^2 \right) n^2 (n+2) (n-2) \omega^2 \right. \\ & \left. \sin\left(\frac{2(-an + \omega t)}{n}\right) \right. \\ & \left. - \frac{1}{4} \left( \frac{(n-1)^2 (n+1)^2 \omega^2}{4} + n^2 g^2 \right) n^3 g \omega \cos\left(\frac{2(-an + \omega t)}{n}\right) - \frac{1}{2} \right. \\ & \left. n^2 \left( \left( \frac{1}{2} n^2 + 1 + \frac{1}{16} n^4 \right) \omega^2 + n^2 g^2 \right) (n-1) \omega^2 (n+1) \right) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & \sin\left(\frac{-a n + \omega t}{n}\right) \\
 & + n^3 \left( \left( \frac{1}{2} n^2 + 1 + \frac{1}{16} n^4 \right) \omega^2 + n^2 g^2 \right) g \omega \cos\left(\frac{-a n + \omega t}{n}\right) - \frac{1}{16} \\
 & \left( \frac{(n-1)^2 (n+1)^2 \omega^2}{4} + n^2 g^2 \right) n^2 (n+2) (n-2) \omega^2 \\
 & \sin\left(\frac{2(a n + \omega t)}{n}\right) \\
 & + \frac{1}{4} \left( \frac{(n-1)^2 (n+1)^2 \omega^2}{4} + n^2 g^2 \right) n^3 g \omega \cos\left(\frac{2(a n + \omega t)}{n}\right) - \\
 & \left( \left( \frac{1}{2} n^2 + 1 + \frac{1}{16} n^4 \right) \omega^2 + n^2 g^2 \right) \left( \left( \frac{1}{2} n^4 + \frac{1}{2} n^2 \right) \omega^2 \sin\left(\frac{a n + \omega t}{n}\right) \right. \\
 & \left. + \omega \cos\left(\frac{a n + \omega t}{n}\right) n^3 g + 2 \left( \frac{(n-1)^2 (n+1)^2 \omega^2}{4} + n^2 g^2 \right) a \right) \delta \\
 & \left/ \left( \pi \left( \left( \frac{1}{2} n^2 + 1 + \frac{1}{16} n^4 \right) \omega^2 + n^2 g^2 \right) \right. \right. \\
 & \left. \left. \left( \frac{(n-1)^2 (n+1)^2 \omega^2}{4} + n^2 g^2 \right) \omega^2 \right) \right)
 \end{aligned}$$

che è rappresentata graficamente dalla fig. 6.

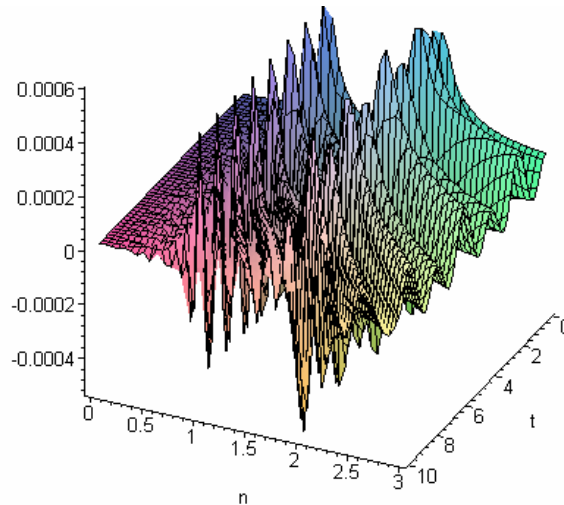


fig. 6

Nel caso di uno sviluppo di Fourier arrestato al terzo termine si ha la fig. 7



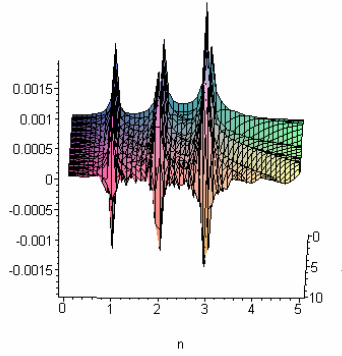


fig. 7

Un'analisi di questa classe di equazioni porta alla conclusione che l'ampiezza di risonanza è del tipo

$$\psi = \frac{\delta f(\sin(\omega), \cos(\omega))}{\left( (n^2 - 1^2)^2 + n^2 \gamma \right) \left( (n^2 - 2^2)^2 + n^2 \gamma \right) \left( (n^2 - 3^2)^2 + n^2 \gamma \right) \dots} \quad (18)$$

la quale è rappresentata dalle seguenti figure

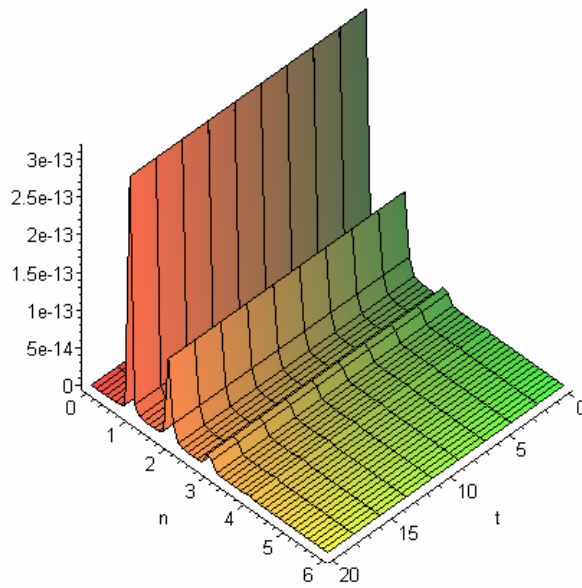


fig. 8

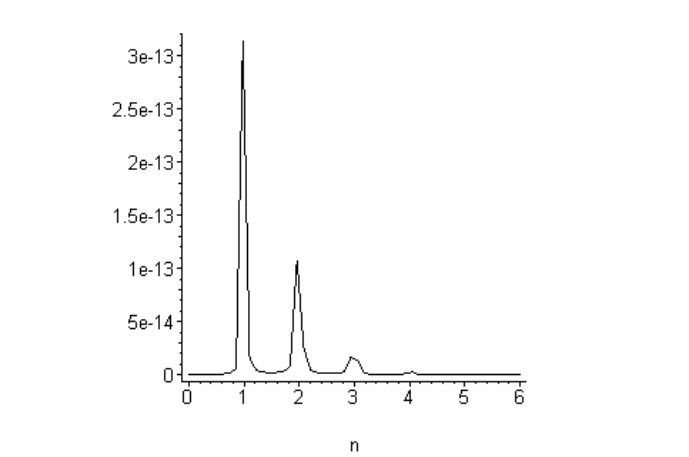


fig. 9

La (18) può essere scritta nel modo seguente

$$x(t) = \psi = \frac{\delta f(\text{sen}(\omega), \cos(\omega))}{\left( (n^2 - 1^2)^2 + n^2 \gamma \right) \left( (n^2 - 2^2)^2 + n^2 \gamma \right) \dots} = \frac{\delta f(\text{sen}(\omega), \cos(\omega))}{\prod_{m=1,2,3,\dots}^{m=n} \left( (n^2 - m^2)^2 + n^2 \gamma \right)} \quad (19)$$

## L'energia di risonanza dell'atomo di idrogeno

Le soluzioni dell'equazione (17) non sono facilmente manipolabili anche per la presenza di termini indesiderabili dovuti alle approssimazioni di uno sviluppo in serie di Fourier. Provvisoriamente possiamo utilizzare le soluzioni dell'equazione classica (3), tenendo opportunamente presente la condizione di risonanza data dalla (5).

Nel caso dell'energia la soluzione della (3) fornisce la nota relazione

$$E_{ris} = \frac{1}{2} m \Omega^2 \frac{\delta^2}{(\Omega^2 - \omega^2)^2 + \gamma^2 \Omega^2} \quad (20).$$

Quando si verifica la condizione che  $\omega = n\Omega$  si ha

$$E_{ris} = \frac{1}{2} m \frac{\delta^2}{\gamma^2} \quad (21)$$

e l'oscillatore avrà assunto la stessa pulsazione del forzante e cioè  $\Omega = \frac{\omega}{n}$ .

Indicando con  $\bar{v}$  la sua velocità media, in condizioni di risonanza, si potrà scrivere

$$E_{ris} = \frac{1}{2} m \frac{\delta^2}{\gamma^2} = \frac{1}{2} m \frac{(\bar{v}\Omega)^2}{\gamma^2} \quad (22).$$

Tenuto conto della (5), la (22) diventa

$$E_{ris} = \frac{1}{2} m \bar{v}^2 \left( \frac{\Omega}{\gamma} \right)^2 = \frac{1}{2} m \bar{v}^2 \left( \frac{\omega}{\gamma} \right)^2 \frac{1}{n^2} \quad (23),$$

la quale ha la stessa struttura della relazione fornita dalla M. Q., ottenuta con l'ipotesi del quanto elementare d'energia.

Affinché la (23) coincida con i fatti sperimentali dovrà porsi

$$\frac{\bar{v}\omega}{\gamma} = \frac{C}{137} \quad (24).$$

Infatti, in tal caso la (23) diventa

$$E_{ris} = \frac{1}{2} \frac{mC^2}{137^2} \frac{1}{n^2} \quad (25),$$

la quale, tenuto conto della (11), coincide con i noti risultati.

## Il calcolo dell'ampiezza di risonanza

Dalla nota relazione relativa all'ampiezza di risonanza si ha

$$A = \psi = \frac{\delta}{\sqrt{(\Omega^2 - \omega^2)^2 + \gamma^2 \Omega^2}} \quad (26).$$

Segue che per  $\omega = n\Omega$

$$A = \psi = \frac{\delta}{\gamma \Omega} \quad (27)$$

oppure, tenuto conto della posizione (24) e della (5), si ha

$$A = \psi = \frac{\bar{v}\Omega}{\gamma\Omega} = \frac{\bar{v}}{\gamma} = \frac{C}{137\omega} = \frac{C}{137\Omega n} = \frac{C}{2\pi 137\nu n} = \frac{\lambda}{2\pi 137n} \quad (28)$$

Dalla precedente relazione discende che l'ampiezza di vibrazione della carica è legata alla lunghezza d'onda elettromagnetica dalla nuova relazione<sup>2</sup>

$$\lambda = 2\pi 137\psi n \quad (29).$$

---

<sup>2</sup> Per un dipolo gravitazionale può evidentemente scriversi  $\lambda_g = 2\pi \frac{\bar{C}}{\bar{v}} \psi n$  dove  $\bar{C}$  è la velocità di propagazione delle onde gravitazionali,  $\bar{v}$  e  $\psi$  sono rispettivamente la velocità media e l'ampiezza della massa (secondaria) del detto dipolo.

## I risultati di Bohr

Moltiplicando ambo i membri della (29) per la frequenza si ha

$$\lambda \nu = 2\pi 137 \psi \nu n = C \quad (30)$$

da cui segue

$$137 \psi \Omega n = 137 \bar{\nu} n = C \quad (31)$$

e quindi

$$\bar{\nu} = \frac{C}{137n} \quad (32)$$

oppure

$$E_{ris} = \frac{1}{2} m \bar{\nu}^2 = \frac{1}{2} m \frac{C^2}{137^2 n^2} \quad (33),$$

risultato già ottenuto prima.

Dato che

$$\bar{\nu} = \sqrt{\frac{e^2}{m\psi}} \quad (34),$$

uguagliando la (32) e la (34), si ottiene che

$$\psi = \frac{e^2}{mC^2} 137^2 n^2 \quad (35)$$

relazione che, tenuto conto della (11), coincide con quella già nota e cioè con i raggi di Bohr. Quindi l'ampiezza di risonanza coincide con i particolari raggi di Bohr.

## Il nuovo legame tra l'onda di de Broglie e l'onda elettromagnetica

Poiché l'onda  $\lambda_{dB}$  di de Broglie è legata alle orbite di Bohr dalla nota relazione

$$\lambda_{dB} = 2\pi \frac{e^2}{mC^2} 137^2 n^2 \quad (36),$$

ricordando la (11), si ha anche

$$\lambda_{dB} = \frac{hC}{mC^2} 137n^2 = \frac{h}{m \frac{C}{137n}} n = \frac{h}{m\bar{v}} n \quad (37).$$

Ma la (36) può anche essere scritta

$$\lambda_{dB} = 2\pi \frac{e^2}{mC^2} = \frac{2\pi e^2}{\frac{137^2 n^2}{m\bar{v}^2}} \quad (38)$$

e, tenuto conto della (34), si ha

$$\lambda_{dB} = \frac{2\pi e^2}{m\bar{v}^2} = 2\pi\psi \quad (39).$$

Ricordando la relazione

$$\lambda = 2\pi 137\psi n \quad (29)$$

la (39) permette di legare la lunghezza d'onda di de Broglie  $\lambda_{dB}$  con quella elettromagnetica  $\lambda$  tramite la nuova relazione

$$\lambda = \lambda_{dB} 137 n \quad (40).$$

Tutto ciò per l'atomo legato. Per il dipolo ionizzato si avrà semplicemente

$$\lambda_{dB} = \frac{h}{m\bar{v}} \quad (41),$$

$$\lambda = 2\pi 137\psi \quad (42)$$

e

$$\lambda = \lambda_{dB} 137 \quad (43).$$

### Remark

La (43) ci dice che la carica segue le stesse leggi della radiazione elettromagnetica, a meno della costante 137. Infatti non può essere diversamente perché la sua cinematica è interamente dettata dal fenomeno della risonanza, il quale può verificarsi solo per cariche legate. Quando la carica è slegata essa assume il noto comportamento corpuscolare. Viene quindi ad essere pienamente interpretato il Principio di Complementarità (Bohr 1928) secondo il quale non può esistere un esperimento che contemporaneamente sveli il carattere ondulatorio e corpuscolare della materia.

## Cenni sulla *quantizzazione delle onde gravitazionali*

Se è corretta l'accennata interpretazione della enigmatica equazione di Planck secondo la quale la relazione

$$E = \hbar \omega = \hbar \Omega n \quad (44)$$

non è altro che una più completa condizione di risonanza riscontrabile nella quotidiana e macroscopica realtà, per un dipolo gravitazionale possiamo analogamente scrivere

$$\lambda_g = 2\pi \frac{\bar{C}}{\bar{v}} \psi n \quad (45)$$

dove  $\bar{C}$  è la velocità di propagazione delle onde gravitazionali,  $\bar{v}$  è la velocità media del dipolo,  $\psi$  è la sua ampiezza ed  $n$  è un numero intero che assicura la condizione di risonanza tra l'onda ed il dipolo stesso.

Nel caso del dipolo Giove-Io, nell'ipotesi che  $\bar{C}$  coincida con la velocità della luce, si ha che

$$\lambda_g = 2\pi \frac{\bar{C}}{\bar{v}} \psi n = \frac{2\pi C}{\sqrt{\frac{GM}{\psi}}} \psi n = \frac{1.88 \times 10^{11}}{1733672} \psi n = 4.56 \times 10^{15} n [cm] = 4.58 \times 10^{10} n [Km] \quad (47),$$

lunghezza che è circa 8 volte maggiore della distanza Sole-Plutone.

Dovrebbe essere interessante studiare le onde gravitazionali in concomitanza con i noti fenomeni delle reciproche **risonanze** che le varie lune di Giove subiscono tra loro. In tali circostanze abbiamo masse gravitazionali che subiscono variazioni di accelerazione.

In analogia con i fenomeni elettromagnetici dovremmo pensare ad un corpo nero gravitazionale e come questa energia venga assorbita ed emessa dallo stesso etc. etc..